



Universidade Federal do Amazonas
Faculdade de Tecnologia

Modelagem e Controle Multivariável Gain-Scheduling de um Sistema de Três Tanques Acoplados

Gabriel Alisson Costa Queiroz

Manaus – Amazonas
Maio de 2017

Gabriel Alisson Costa Queiroz

Modelagem e Controle Multivariável Gain-Scheduling de um Sistema de Três Tanques Acoplados

Monografia de Graduação apresentada à UFAM,
Universidade Federal do Amazonas, como re-
quisito parcial para obtenção do título de Enge-
nheiro de Computação.

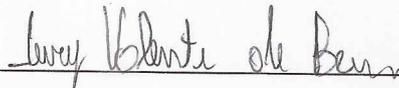
Orientador: Iury Valente de Bessa

MODELAGEM E CONTROLE MULTIVARIÁVEL GAIN-SCHEDULING DE UM
SISTEMA DE TRÊS TANQUES ACOPLADOS

Gabriel Alisson Costa Queiroz

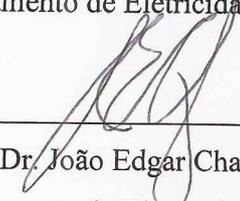
MONOGRAFIA SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE
ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO
AMAZONAS COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO.

Aprovada por:



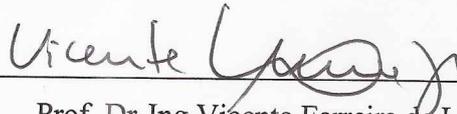
Prof. Msc. Iury Valente de Bessa - Orientador

Departamento de Eletricidade - UFAM



Prof. Dr. João Edgar Chaves Filho

Departamento de Eletricidade - UFAM



Prof. Dr-Ing Vicente Ferreira de Lucena Junior

Departamento de Eletrônica e Computação - UFAM

Manaus

Mai de 2017

Agradecimentos

A Deus por me permitir saúde e paz para seguir em frente, e forças para superar as dificuldades.

A minha família por me incentivar e me apoiar em todos os momentos de minha vida.

Ao meu orientador, Iury Valente de Bessa, pelo apoio, pelos conhecimentos transmitidos e pela confiança. E por estar sempre presente e disposto a ajudar.

Aos meus amigos pela confiança e pela ajuda nas horas difíceis.

Aos meus amigos de laboratório e projetos, Rosmael Miranda e João Victor, que sempre me ajudaram e me acompanharam nesta jornada.

Aos professores Renan Landau e João Edgard, que quando podiam sempre ofereciam ajuda.

Ao CNPQ e ao PPGEE/UFAM por financiarem parte dos equipamentos utilizados no projeto no âmbito do Projeto Casadinho UFAM e UFMG(PP-E/0009/2011).

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu sincero obrigado.

Não tenha medo de dar grandes saltos. Você
não consegue atravessar um abismo dando dois
pulos pequenos.

David Lloyd George

Temos o destino que merecemos. O nosso
destino está de acordo com os nossos méritos.

Albert Einstein

Quando tudo parece dar errado acontecem
coisas boas que não teriam acontecido se tudo
tivesse dado certo.

Renato Russo

Resumo

A demanda por qualidade de produtos, sistemas eficientes e segurança está cada vez mais crescente no âmbito industrial. Então por isso, os processos industriais representam uma motivação importante na busca de sistemas cada vez mais precisos, confiáveis e robustos. Neste cenário, os problemas enfrentados por estes processos referem-se a manutenção (estabilidade) das condições desejadas do sistema e conseqüentemente seu desempenho. Logo, as técnicas de controle de processos tornam-se uma das soluções para as dificuldades enfrentadas pelos processos industriais. Tais técnicas possibilitam a estabilidade e garantem a performance dos sistemas. Sendo assim, desenvolveu-se um sistema de controle multivariável para um sistema de três tanques acoplados com modelagem matemática baseada na técnica de linearização em torno de vários pontos de operação. Este sistema de controle emprega a técnica de gain-scheduling, pois necessita de ganhos para cada região de operação, e tem como um dos objetivos o rastreamento da referência desejada. Para isso, foi construído um modelo físico deste sistema para o estudo de processos. Os resultados são apresentados por meio de simulações feitas no software MATLAB e também por meio de testes experimentais no modelo físico construído. Os comportamentos dinâmicos obtidos, relativos a estes testes, são analisados para a validação do modelo.

Palavras-chave: Sistemas multivariáveis, Linearização, Pontos de operação, Realimentação de estados

Abstract

The demand for product quality, efficient processes and safety is increasingly in the industrial scope. Therefore, industrial processes represent an important motivational paper in this search for increasingly accurate, reliable and robust process. In this industrial scenario, the main problem faced by industrial processes are the maintenance (stability) of the desired conditions of the system and its performance. Then the control of processes techniques becomes a solution for this difficulties faced by industrial processes. That techniques enable the stability and ensure the performance. Therefore, a multivariate control system for a coupled tank with mathematical model based on the technique of linearization around some operations points has been built. This multivariate control system employs the gain-scheduling technical because needs gains in each operation poitns. For that, a physical model was built for study of processes. The results are acquired by simulations in the software MATLAB and experimental tests builds in the physical model. The dynamic behavior are analysed for the validation of the model.

Keywords: Multivariate systems, Linearization, Operation points, Feedback state

Sumário

Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	viii
1 Introdução	2
1.1 Controle de processos	2
1.2 Estado da arte	3
1.3 Objetivos	5
1.3.1 Objetivo Geral	5
1.3.2 Objetivos Específicos	5
1.4 Organização do trabalho	5
2 Fundamentação Teórica	7
2.1 Sistemas lineares e não lineares	7
2.2 Linearização	9
2.2.1 Série de Taylor	10
2.3 Sistemas lineares por partes	11
2.4 Modelagem de processos hidráulicos	12
2.4.1 Equação da continuidade	13
2.4.2 Equação de Bernoulli	13
2.5 Controle por realimentação de estados	15
2.5.1 Sistemas SISO	16
2.5.2 Sistemas MISO	17
2.6 Controle multivariável em espaço de estados	19
2.6.1 Representação das equações de estado	19

2.6.2	Estabilidade	21
2.6.3	Alocação de polos	23
2.6.4	Rastreamento de trajetória	25
2.7	Controlador PID	26
2.7.1	Efeitos das ações de controle	26
2.7.2	Discretização	28
2.8	Gain Scheduling	29
2.9	Controle de processos complexos	30
2.9.1	Controle em cascata	31
2.9.2	Multiloop	32
3	Descrição e construção do sistema do três tanques	33
3.1	Descrição dos três tanques acoplados	33
3.1.1	Arquitetura do sistema	34
3.1.2	Especificações do modelo	35
3.2	Recursos de Hardware	36
3.2.1	Placa arduino mega 2560	36
3.2.2	Sensor Ultrassônico HC-SR04	37
3.2.3	Sensor de fluxo YF-S201C	37
3.2.4	Servo motor MG996R	38
3.2.5	Bomba de porão	39
3.2.6	Fonte ATX	39
3.3	Recursos de Software	40
3.3.1	MATLAB - Simulink	40
3.4	Procedimentos de construção do modelo	40
3.4.1	Confecção dos tanques	41
3.4.2	Implantação do indicador de nível	41
3.4.3	Inserção do sensor de nível	41
3.4.4	Inclusão do canal de entrada do fluido	41
3.4.5	Inclusão do canal de saída do fluido	43
3.4.6	Confecção dos canais de comunicação	43
3.4.7	Construção das servo-válvulas	44

3.4.8	Integração dos módulos	45
3.4.9	Instalação do reservatório de fluido	45
4	Modelagem e linearização do sistema de três tanques	47
4.1	Modelagem do sistema	47
4.2	Condições de fluxo	50
4.3	Linearização do modelo	52
4.3.1	Regiões de linearização	55
4.4	Cenário utilizado no modelo	57
5	Projeto de controladores	59
5.1	Controle Gain-Scheduling	60
5.1.1	Desenvolvimento do controlador	61
5.2	Controle PID	63
5.2.1	Sintonização do controlador	64
5.3	Controle em cascata	67
5.4	Desenvolvimento do sistema de controle no Simulink	68
6	Validação dos resultados	70
6.1	Descrição dos experimentos	70
6.1.1	Resposta ao degrau	70
6.1.2	Resposta ao degrau com mudança de referência	71
6.1.3	Resposta ao degrau com perturbação	71
6.2	Avaliação dos resultados	71
6.2.1	Resultados simulados	72
6.2.2	Resultados práticos	79
7	Conclusão	83
7.1	Considerações finais	83
7.2	Trabalhos futuros	84
A	Levantamento de custos e materiais	85
A.1	Vídeo da Planta	86

B Diagrama de blocos do sistema de controle**87****Referências Bibliográficas****89**

Lista de Figuras

1.1	Exemplos de tanques acoplados	3
2.1	Figuras de sistemas lineares por partes	12
2.2	Linhas de escoamento do fluido.	12
2.3	Verificação das linhas de escoamento em diferentes áreas.	13
2.4	Linhas de escoamento de um tubo horizontal.	14
2.5	Tanque de demonstração para cálculo da velocidade de efluxo.	15
2.6	Sistema de controle por realimentação.	16
2.7	Diagrama de blocos de um sistema multivariável.	18
2.8	Diagrama de blocos de um sistema multivariável com vetor.	18
2.9	Sistema de controle multivariável por realimentação.	19
2.10	Diagrama de blocos das equações dinâmicas do sistema.	21
2.11	Lugar das raízes à medida que ζ varia com ω_n	23
2.12	Resposta transitória de um sistema de segunda ordem.	24
2.13	Processo de um sistema de malha fechada.	25
2.14	Sistema seguindo a referência.	25
2.15	Controlador PID.	26
2.16	gráficos das curvas $e(t)$ e $u(t)$ mostrando o sinal de controle para sinal de erro com ação integral.	27
2.17	Comparação da ação de controle P com a ação de controle PD.	28
2.18	Aproximação de uma função de transferência contínua utilizando algoritmo.	29
2.19	Controlador PID discreto.	29
2.20	Agendamento de ganhos do sistema linear por partes.	30
2.21	Diagrama de blocos do sistema de controle em cascata.	31
2.22	Ilustração do controle em cascata do sistema de três tanques.	32

2.23 Exemplo de sistema multiloop.	32
3.1 Representação dos três tanques	34
3.2 Arquitetura do sistema	35
3.3 Arduino Mega 2560	36
3.4 Sensor ultrassônico HC-SR04	37
3.5 Sensor YF-S201C	37
3.6 Servo motor MG996R	38
3.7 Diagrama da servo válvula	39
3.8 Bomba de porão	39
3.9 Fonte ATX	39
3.10 Resultados das subseções 3.4.1 e 3.4.2.	42
3.11 Sensor ultrassônico inserido no tanque.	42
3.12 Resultados dos passos 3 e 4.	43
3.13 Construção do canal de comunicação explicado no passo 3.4.6.	44
3.14 Disposição dos componentes da servo válvula.	44
3.15 Resultado da construção da servo válvula.	45
3.16 Resultado da integração dos módulos.	45
3.17 Imagem do reservatório utilizado para o armazenamento do fluido.	46
4.1 Canais de comunicação do sistema de três tanques	48
4.2 Regiões de linearização do sistema.	55
4.3 Cenário utilizado no sistema.	57
5.1 Arquitetura de controle do sistema.	59
5.2 Lei de controle do sistema.	60
5.3 Modelo de utilização dos multiloops.	62
5.4 Utilização do par de tanques 1 e 3.	63
5.5 Utilização do par de tanques 2 e 3.	64
5.6 Controlador PID.	64
5.7 Curva de um sistema a uma excitação em degrau.	65
5.8 Curva de resposta em forma de S.	66
5.9 Resposta do sistema experimentado da servo-válvula.	66

5.10	Representação do sistema de controle em cascata com abordagem multiloop.	67
5.11	Sistema de controle desenvolvido no simulink.	69
6.1	Resposta da função degrau.	71
6.2	Resultados do modelo não linear para resposta ao degrau da entrada.	72
6.3	Resultados do modelo não linear para mudanças de referência dos vazões de entrada do sistema de $30\frac{cm^3}{s}$ para $60\frac{cm^3}{s}$	73
6.4	Resultados do modelo linear para resposta ao degrau.	74
6.5	Resultados do modelo linear para mudança de referência.	75
6.6	Resultados do controlador para resposta ao degrau.	76
6.7	Resultados do controlador para mudança de referência.	77
6.8	Resultados do controlador para perturbação.	78
6.9	Resultados do controlador PID para resposta ao degrau.	79
6.10	Resultados do controlador PID para mudança de referência.	80
6.11	Resultados do sistema para a resposta ao degrau.	81
B.1	Controle PID do atuador 1.	87
B.2	Controle PID do atuador 2.	87
B.3	Realimentação da malha externa do atuador 1.	88
B.4	Realimentação da malha externa do atuador 2.	88
B.5	Blocos dos sensores de nível de fluido.	88

Lista de Tabelas

3.1	Lista de variáveis do modelo de três tanques.	35
3.2	Especificações do sistema.	36
4.1	Legenda para os canais de comunicação que se localizam entre os tanques.	48
4.2	Legenda para a simplificação das equações diferenciais do nível de fluido.	53
4.3	Valores dos pontos de operação.	57
5.1	Regra de sintonia de Ziegler-Nichols.	65
5.2	Constantes da sintonização.	66
5.3	Resultados da sintonização.	67
6.1	Tabela de especificações do sistema de controle	76
A.1	Componentes e Preços	85

Lista de Abreviaturas e Siglas

UFAM - Universidade Federal do Amazonas

SISO - Single-Input Single-Output

MIMO - Multiple-Input Multiple-Output

MISO - Multiple-Input Single-Output

PID - Proporcional-Integral-Derivativo

PVC - Policloreto de povinila

USB - Universal Serial Bus

PWM - Pulse Width Modulation

MLD - Mixed Logical Dynamical

MPC - Model Predictive Control

FDI - Fault Detection and Isolation

Capítulo 1

Introdução

1.1 Controle de processos

Nos mais diversos ramos da indústria, desde o setor de alimentos até os setores farmacêutico e têxtil, atender aos requisitos dos sistemas tem se tornado uma tarefa árdua e custosa em consequência da evolução tecnológica e a competitividade mundial [1]. Então, os processos industriais têm como objetivo implementar e executar atividades destinadas a satisfazer os requisitos das plantas industriais cada vez mais complexas. Os problemas mais enfrentados pelos processos industriais referem-se a manutenção das condições de operação desejadas diante de perturbações existentes no ambiente, além da controlabilidade e estabilidade do sistema quando sujeito a estas perturbações.

Por esta razão, o controle de processos tem se tornado importante, pois pode melhorar a eficiência do processo, se empregado apropriadamente, e proporciona também a alta performance das plantas industriais, ou seja, alto desempenho dos equipamentos quanto a sua confiabilidade e manutenibilidade. As estratégias utilizadas no controle de processos possibilitam o aumento da confiabilidade no sistema, maximização da produção assegurando sua qualidade, redução dos custos e aumento da segurança do operador e dos equipamentos. Então, o controle de processos visa fornecer a melhor resposta para a execução de um processo [2].

As estratégias de controle deparam-se com plantas que se tornam difíceis de operar em razão da complexidade e da integração entre diferentes unidades de processo, além de apresentarem modelos não lineares e multivariáveis, que necessitam de técnicas de linearização em torno de regiões de operação ou de técnicas de controle não-linear.

Dito isto, o projeto propõe o desenvolvimento de um sistema de controle multivariável no sistema de três tanques acoplados, utilizando técnica de linearização do modelo em torno de várias regiões de operação através da série de Taylor. A estratégia de controle utilizada baseia-se no controle em cascata com abordagem *multiloop* e *gain scheduling* dos ganhos controladores de realimentação de estados e PID. Propõe também a construção de um sistema físico de tanques acoplados que contribua para a estruturação do Laboratório de Automação da Universidade Federal do Amazonas, onde estudos sobre estabilização, linearização, detecção e correção de falhas e técnicas de controle de processos possam ser feitos.



(a) Tanques acoplados em tratamento de efluentes



(b) Tanques para processo enzimático

Figura 1.1: Exemplos de tanques acoplados

1.2 Estado da arte

Desde 1942, métodos empíricos são utilizados na escolha dos parâmetros do controlador [3]. Um dos métodos mais utilizados é baseado no trabalho de Ziegler e Nichols que consiste na experiência e experimentação em degrau do sistema em malha aberta. Jean Galdino [4] mostrou que, apesar de simples, os controladores projetados por meio de técnicas empíricas podem não apresentar a performance desejada para algumas situações. Para isso, comparou-se controladores PID projetados por meio de técnicas empíricas e controladores PID baseado em modelo matemático, e foi constatado que o controle projetado empiricamente não apresentou desempenho desejado para alguns pontos de operação, enquanto que o controle baseado em modelo obteve um sistema estável e com bom desempenho.

Dentre as estratégias de controle aplicada nos processos industriais, os sistemas de controle preditivo baseado em modelo se destacam no âmbito industrial, além de ser uma técnica consolidada para sistemas multivariáveis que podem ser representadas por modelos lineares [5]. É um conjunto de métodos de controle que pretendem otimizar o sinal de controle a partir de uma previsão sobre o comportamento do sistema utilizando modelo matemático. Então, Grega e Maciejczyk [6], utilizam como técnica de modelagem matemática a linearização em torno de um ponto de operação. Em [7], Sarailoo utiliza como técnica de modelagem o método chamado MLD que simplifica e facilita a modelagem de um sistema de tanques acoplados como um sistema híbrido. Embora as técnicas baseadas em modelos sejam bastante utilizadas, estas enfrentam as dificuldades recorrentes em modelos matemáticos, tais como as não linearidades e a difícil modelagem de alguns processos.

Recentemente, surgiram diversas estratégias de controle baseada em soft-computing que dispensam o emprego de modelos matemáticos e que vem progredindo e ganhando destaque no ramo industrial devido a capacidade de apresentar tolerância para imprecisões e incertezas [8]. Essas estratégias têm como objetivo transmitir os sentimentos humanos para algoritmos e modelos matemáticos, ou seja, criar uma linguística que capture informações vagas e os transforme em uma lógica de fácil manipulação [9]. Em [10], o controle do nível de fluido no tanque é feita utilizando a abordagem *gain-scheduling* por meio da lógica *fuzzy* cujos ganhos podem se adaptar sozinhos com o objetivo de obter a eficiência em seu controlador, tendo em vista que a vazão de entrada está em constante mudança. E em [11], é apresentado um controle adaptativo baseado também na lógica *fuzzy*, cujos resultados apresentaram uma significativa robustez em relação ao rastreamento de referência.

Sabendo disso, o presente projeto propõe o desenvolvimento de um sistema de controle multivariável baseado em um modelo matemático que compreende vários pontos de operação, diferentemente das muitas técnicas de controle robusto e MPC que só utilizam um ponto de operação. A linearização em torno de diversos pontos de operação compreendem uma maior região de atuação do controlador e conseqüentemente aumentam a eficiência do sistema de controle, enquanto que na maioria das técnicas baseadas em modelos linearizados só são válidas, ou seja, só possuem as características dinâmicas corretas, dentro de uma faixa limitada de operação. Devido a técnica utilizada do projeto proposto ser baseada em modelo matemático, este apresenta uma confiabilidade maior em relação a abordagem *soft computing* e ao método empírico devido a obtenção das características dinâmicas que representam o comportamento do

sistema.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um sistema de controle multivariável capaz de garantir o rastreamento de referências em torno de múltiplos pontos de operação em um sistema de três tanques acoplados.

1.3.2 Objetivos Específicos

Para o cumprimento do objetivo principal, serão realizados os seguintes objetivos específicos:

- Modelar o sistema dos três tanques para obtenção das características dinâmicas do sistema;
- Projetar o sistema de controle multivariável dos três tanques baseado em modelo matemático;
- Construir a plataforma física que comportará o microcontrolador, sensores e atuadores para experimentação e avaliação do comportamento do sistema;
- Implementar o controlador multivariável na plataforma física para aquisição dos resultados práticos;
- Avaliar os resultados do ambiente simulado e físico para conclusão do sistema de controle utilizado;

1.4 Organização do trabalho

O restante desse trabalho é organizado da seguinte forma:

- **Capítulo 2:** Neste capítulo, são abordados assuntos sobre os tipos de sistemas físicos, citando exemplos e definições. Além disso, demonstra-se a linearização em partes por

meio da série de Taylor, utilizado no modelo proposto. São apresentados também os conceitos relacionados a modelagem dos três tanques. Posteriormente, são exibidas as características desejadas do sistema, tal como, rastreamento de referência. E finalmente, explicação das técnicas de controle utilizadas no projeto;

- **Capítulo 3:** A arquitetura do sistema proposto é apresentado e detalhado. Demonstra a construção do sistema físico que servirá de ferramenta para estudos sobre determinados assuntos relacionados a sistemas de controle, mostrando os componentes e peças utilizadas;
- **Capítulo 4:** Modelagem do sistema, aplicando as leis e definições de fluxo e altura que regem em cada situação;
- **Capítulo 5:** É apresentado o desenvolvimento dos controladores e a forma como os ganhos que atuam no sistema são obtidos, demonstrando as técnicas e algoritmos utilizados;
- **Capítulo 6:** Os resultados alcançados do projeto de tanques acoplados são exibidos, com suas devidas análises e comparações;
- **Capítulo 7:** Considerações finais sobre o trabalho e apontamentos dos trabalhos futuros.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Este capítulo apresenta os principais conceitos e elementos necessários para o entendimento do estudo, além da revisão da literatura de todos os assuntos relativos ao projeto.

2.1 Sistemas lineares e não lineares

Um sistema físico pode ter diferentes modelos dependendo das características requeridas e conseqüentemente ter diversas modelagens em diferentes pontos de operação. O sistema físico é um conjunto de dispositivos ou coleções de dispositivos existentes no ambiente real. Uma vez que o sistema é determinado, aplicam-se leis com o intuito de descrever este sistema. [12].

Todo sistema linear pode ser representado por

$$y(t) = \int_{t_0}^t G(t, \tau)u(\tau)d\tau \quad (2.1)$$

A equação 2.1 é chamada de equação entrada-saída pois relaciona as entradas do sistema com as saídas do mesmo [12]. Os sistemas podem ter algumas características, tais como, Invariância no tempo, causalidade, memória, etc. Para o entendimento do sistema linear é necessário entender essas características.

Um sistema é chamado de causal se sua saída depende de entradas passadas ou de entradas presentes. Enquanto que o sistema não causal tem sua saída dependente de entradas futuras, ou seja, um sistema não causal pode prever quais entradas serão aplicadas no futuro. Sistemas físicos não possuem a capacidade de prever tais entradas no futuro. Causalidade é uma condição necessária para que estes sistemas sejam implementados no ambiente real [12].

Definição 2.1 O estado $\mathbf{x}(t_0)$ de um sistema no tempo t_0 em conjunto com a entrada $\mathbf{u}(t)$, para $t \geq t_0$, determina a saída $\mathbf{y}(t)$, para todo $t \geq t_0$.

Então por definição, conhecendo-se qual o estado em t_0 , não é necessário saber qual a entrada $\mathbf{u}(t)$ aplicada antes de t_0 para saber qual a saída $\mathbf{y}(t)$ fornecida depois de t_0 , ou seja, o estado resume todo o comportamento de entradas passadas em saídas futuras [12].

Podemos expressar a entrada e saída de um sistema por

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{x}_i(t_0) \\ \mathbf{u}_i(t), t \geq t_0 \end{array} \right\} \longrightarrow \mathbf{y}_i(t), t \geq t_0 \quad (2.2)$$

A equação 2.2 expressa que não é necessário ter valores de entrada antes de t_0 para se obter uma saída, quando em conjunto com o estado inicial em t_0 . Essa equação será chamada de conjunto-entrada-saída [12]. Então, um sistema é chamado linear quando para todo t_0 e quaisquer dois conjuntos-entrada-saída

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{x}_1(t_0) + \mathbf{x}_2(t_0) \\ \mathbf{u}_1(t) + \mathbf{u}_2(t), t \geq t_0 \end{array} \right\} \longrightarrow \mathbf{y}_1(t) + \mathbf{y}_2(t), t \geq t_0 \quad (2.3)$$

e

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \mathbf{x}_i(t_0) \\ \alpha \mathbf{u}_i(t), t \geq t_0 \end{array} \right\} \longrightarrow \alpha \mathbf{y}_i(t), t \geq t_0 \quad (2.4)$$

para qualquer constante real α .

A equação 2.3 utiliza a propriedade da aditividade, enquanto que a equação 2.4 utiliza a propriedade da homogeneidade. Combinando estas duas equações, têm-se

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 \mathbf{x}_1(t_0) + \alpha_2 \mathbf{x}_2(t_0) \\ \alpha_1 \mathbf{u}_1(t) + \alpha_2 \mathbf{u}_2(t), t \geq t_0 \end{array} \right\} \longrightarrow \alpha_1 \mathbf{y}_1(t) + \alpha_2 \mathbf{y}_2(t), t \geq t_0 \quad (2.5)$$

para quaisquer constantes reais α_1 e α_2 .

A equação 2.5 utiliza a propriedade da superposição. Se o sistema obedece esta propriedade, então o sistema pode ser dito linear, caso contrário, o sistema é dito não linear.

2.2 Linearização

O processo de linearização de sistemas não lineares é importante, pois é através da linearização que métodos de análise linear e sistemas de controle podem ser aplicados através da modelagem matemática. O comportamento dinâmico de um sistema é geralmente descrito através de equações diferenciais que podem ser linearizadas em torno de um ponto de equilíbrio e assim se aproximar do modelo não linear dentro dessa faixa de operação. Então, a partir do modelo matemático linearizado é possível analisar as características dinâmicas do sistema [13].

Muitos sistemas físicos são não lineares e sendo assim são descritos pela equação abaixo

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)\end{aligned}\tag{2.6}$$

onde \mathbf{h} e \mathbf{f} são funções não lineares. E \mathbf{x} e \mathbf{u} são funções correspondentes aos estados e entradas do sistema, respectivamente.

Pode-se admitir a linearidade de muitos elementos elétricos e mecânicos, mas não é o caso de sistemas que possuem elementos térmicos e fluidos, que são não lineares por natureza. Entretanto, esses elementos não lineares são linearizados assumindo algumas condições [14].

Supondo que para uma função de entrada $u_0(t)$ e um estado inicial, tem-se uma função $x_0(t)$ que é solução para a equação abaixo.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0(t), \mathbf{u}_0(t), t)\tag{2.7}$$

Quando aplicado uma perturbação na função de entrada e no estado inicial da equação 2.7, esta entrada torna-se $\mathbf{u}_0(t) + \bar{\mathbf{u}}(t)$ e a solução torna-se $\mathbf{x}(t) + \bar{\mathbf{x}}(t)$.

Expandindo a equação 2.6, quando aplicado a perturbação.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) + \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0(t) + \bar{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}_0(t) + \bar{\mathbf{u}}(t), t)\tag{2.8}$$

Resolvendo a equação 2.8

$$\dot{\mathbf{x}}(t) + \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0(t), \mathbf{u}_0(t), t) + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \bar{\mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} + \dots\tag{2.9}$$

Substitui-se $\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}}$ por $\mathbf{A}(t)$, cujas variáveis estão relacionadas aos estados do sistema. E $\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}}$ por $\mathbf{B}(t)$, cujas variáveis estão relacionadas a entrada do sistema. Como A e B , chamadas de matrizes jacobianas, são computadas por funções que estão relacionadas a t , então podem ficar em função de t .

Reduzindo a equação 2.9, pois os termos de alta ordem são suficientemente pequenos, obtêm-se a equação de estado de espaços linear do sistema 2.10.

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}(t)\bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}(t)\bar{\mathbf{u}}(t) \quad (2.10)$$

O mesmo pode ser feito com a saída do sistema, $\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$, mostradas na equação 2.6. O resultado da linearização é representada na equação 2.11.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}(t)\bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}(t)\bar{\mathbf{u}}(t) \\ \bar{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}(t)\bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}(t)\bar{\mathbf{u}}(t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.2.1 Série de Taylor

O procedimento de linearização utilizado aqui é baseado na expansão da função não linear por meio da série de Taylor em torno de um ponto de operação. Devido os termos de ordem mais alta da função serem suficientemente pequenos, estes são desprezados, ou seja, a função se desvia ligeiramente da condição de operação.

De acordo com [15], a série de Taylor pode ser usada para expandir uma função não linear $f(x(t))$ sobre uma referência ou um ponto de operação $x_0(t)$. Como exemplo, um ponto de operação pode ser uma pressão estável de um sistema hidráulico, ou no caso do projeto proposto aqui, o nível de altura de um determinado tanque. A função $f(x(t))$ pode ser representada na forma apresentada abaixo.

$$f(x(t)) = \sum_{i=1}^n c_i (x(t) - x_0(t))^i \quad (2.12)$$

onde a constante c_i representa a derivada de $f(x(t))$ com respeito a $x(t)$ e configurado no ponto de operação $x_0(t)$.

$$c_i = \frac{1}{i!} \frac{d^i f(x_0)}{dx^i} \quad (2.13)$$

Substituindo e expandindo as duas equações anteriores têm-se

$$f(x(t)) = f(x_0(t)) + \frac{df(x_0(t))}{dt}(x(t) - x_0(t)) + \frac{1}{2} \frac{d^2f(x_0(t))}{dt^2}(x(t) - x_0(t))^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3f(x_0(t))}{dt^3}(x(t) - x_0(t))^3 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{d^nf(x_0(t))}{dt^n}(x(t) - x_0(t))^n \quad (2.14)$$

Se $x(t) - x_0(t)$ for pequeno, a equação 2.14 converge. E então a expansão pode ser empregada, utilizando somente os dois primeiros termos de $f(x(t))$ da equação 2.14.

$$f(x(t)) \approx f(x_0(t)) + \frac{df(x_0(t))}{dt}(x(t) - x_0(t)) \quad (2.15)$$

2.3 Sistemas lineares por partes

Sistema linear por partes refere-se ao sistema dinâmico que possui diferentes comportamentos dinâmicos em diferentes regiões do seu espaço de estados contínuo. Por meio da identificação de pontos singulares de dinâmica em diferentes regiões do sistema, é possível obter uma análise conceituada sobre a dinâmica total do sistema. Então, os sistemas lineares por partes são utilizados nos sistemas não lineares mais comuns e permite a aproximação destes sistemas. [16].

O sistema linear por partes expressa que o espaço de estados pode ser dividido em diversos conjuntos pertencentes a região X_i , cuja dinâmica de cada uma dessa região está relacionada a x , conforme mostra a equação 2.16.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + B_i u \\ y &= C_i x + D_i u \end{aligned}, \quad x \in X_i \quad (2.16)$$

onde X_i refere-se a parte do espaço de estados que opera em certos pontos de operação. A dinâmica de cada uma destas regiões de operação é descrito por uma dinâmica linear.

As figuras abaixo mostram uma função qualquer 2.1a e seu resultado aproximado 2.1b utilizando a linearização por partes.

Para o projeto proposto, a linearização por partes é de suma importância para o agendamento de ganhos, descrito na seção 2.8, pois utiliza a ideia de avaliar diversos pontos de

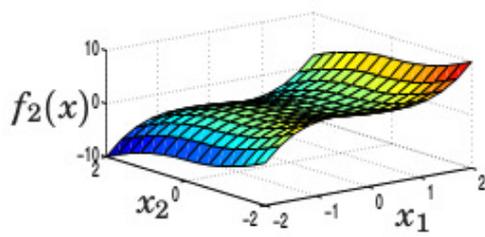
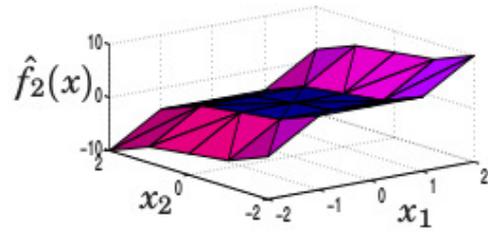
(a) Função $f(x)$ (b) Aproximação da função $f(x)$ utilizando linearização por partes

Figura 2.1: Figuras de sistemas lineares por partes

operação e assim obter diversos tipos de controladores para cada região de operação, proporcionando vários comportamentos dinâmicos.

2.4 Modelagem de processos hidráulicos

Um fluido ideal é um fluido incompressível, que não varia a sua densidade, e não possui nenhum atrito interno, ou seja, sem viscosidade. A trajetória de uma partícula individual durante o escoamento de um fluido é chamado de linha de escoamento, figura 2.2. E de acordo com a sua definição, em um escoamento estacionário, onde o escoamento do fluido não varia com o tempo, nenhuma parte do fluido pode atravessar as paredes laterais de um tubo de escoamento [17].

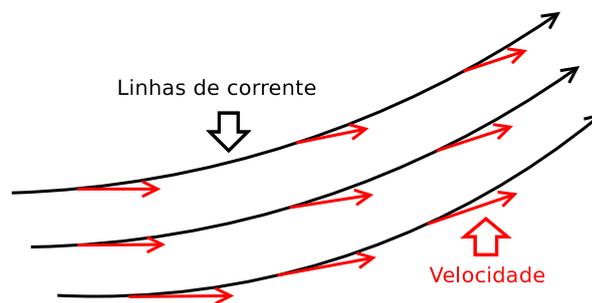


Figura 2.2: Linhas de escoamento do fluido.

2.4.1 Equação da continuidade

De acordo com a equação da continuidade, a massa de um fluido não varia durante seu escoamento. Então, a equação de um tubo de escoamento delimitado por duas seções retas estacionárias de áreas A_1 e A_2 , pode ser descrita como:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (2.17)$$

onde v_1 e v_2 referem-se as velocidades do fluido, de acordo com a figura 2.3.

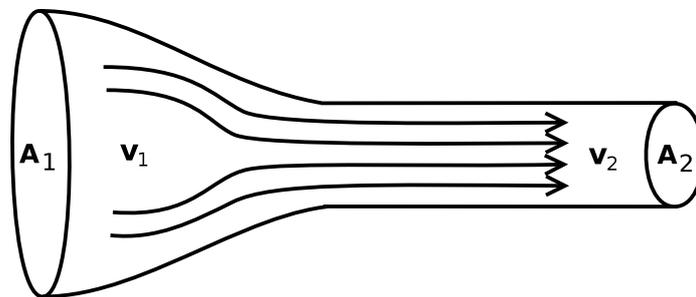


Figura 2.3: Verificação das linhas de escoamento em diferentes áreas.

Sabendo-se que a vazão volumétrica é a taxa com a qual o volume do fluido atravessa a seção do tubo, tem-se:

$$Q = \frac{dV}{dt} = Av \quad (2.18)$$

De acordo com a equação 2.17, é possível perceber que a vazão volumétrica permanece a mesma em todos os pontos do tubo de escoamento. Então quando a área de escoamento diminui, a velocidade aumenta e vice-versa.

2.4.2 Equação de Bernoulli

Uma variável importante para escoamentos de fluidos é a pressão, pois interfere diretamente na velocidade, visto na seção 2.4.1, e na altura do sistema. De acordo com [18], quando o fluido se aproxima de uma região estreita, a pressão mais elevada atrás do fluido o acelera, adquirindo uma velocidade maior. Quando o fluido se aproxima de uma região mais larga, a pressão maior à sua frente o desacelera, adquirindo uma velocidade menor. A relação que

envolve pressão, velocidade e altura do escoamento de um fluido é chamada de equação de Bernoulli.

Quando um fluido incompressível escoar ao longo de um tubo de escoamento com seção reta variável, sua velocidade deve variar, ou seja, possui aceleração. No caso do tubo de escoamento ser horizontal, a força que produz essa aceleração deve vir da diferença de pressão entre as vizinhanças. Caso essa pressão fosse igual, a força deveria ser igual a zero.

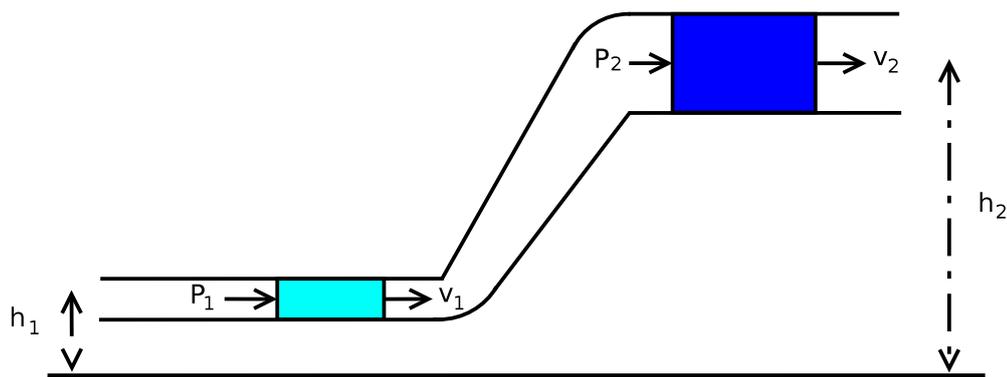


Figura 2.4: Linhas de escoamento de um tubo horizontal.

Observando a figura 2.4 e aplicando ao fluido a lei de conservação de energia, obtêm-se a equação de Bernoulli representada em 2.19.

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (2.19)$$

Utilizando como exemplo a figura 2.5, dispõe-se de um tanque, onde na superfície superior a pressão é P_0 e na parte inferior P_{atm} . Sabendo-se que a área na parte superior é muito maior que na parte inferior, pode-se encarar que a velocidade na parte superior (v_1) é praticamente nula, conforme visto na equação 2.17. Então aplicando a equação 2.19, encontra-se:

$$v_2^2 = 2 \left(\frac{P_0 - P_{atm}}{\rho} \right) + 2gh \quad (2.20)$$

onde v_2 representa a velocidade na parte inferior.

Algumas vezes, a velocidade v_2 é chamada de velocidade de efluxo e depende da altura do líquido no tanque e da diferença de pressão ($P_0 - P_{atm}$). Considerando que a pressão superior no tanque é igual a pressão atmosférica, então, ($P_0 - P_{atm} = 0$). Sendo assim,

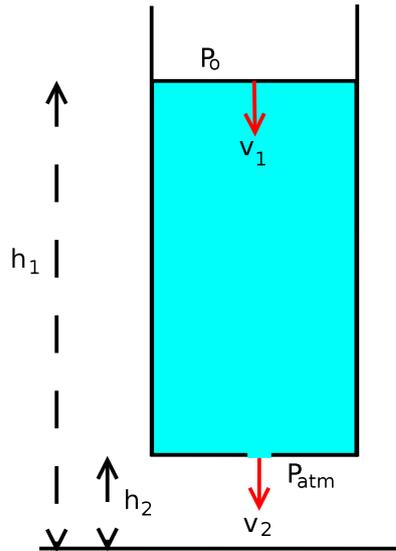


Figura 2.5: Tanque de demonstração para cálculo da velocidade de efluxo.

$$v_2 = \sqrt{2gh} \quad (2.21)$$

ou seja, a velocidade de efluxo representada acima é a mesma velocidade que teria um corpo livremente de uma altura h . Isto é conhecido como teorema de torricelli.

Sendo assim,

$$Q = A\sqrt{2gh} \quad (2.22)$$

Como a variação volumétrica corresponde ao produto da área transversal pela variação da altura. Então:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{S}(\sum Q_{entrada} - \sum Q_{saida}) \quad (2.23)$$

sendo Q a vazão volumétrica. A equação 2.23 foi obtida por meio da conservação das massas.

2.5 Controle por realimentação de estados

De acordo com Ogata [13], sistemas de controle por realimentação são sistemas que mantêm uma relação entre as grandezas de saída e suas referências, comparando-as e utilizando a diferença como meio de controle. Estes sistemas são frequentemente chamados de sistemas de malha fechada. Em um sistema de malha fechada, o sinal atuante de erro, que é a diferença

entre o sinal de entrada e o sinal de realimentação, estimula o controlador de modo a reduzir o erro e trazer o valor do sinal de saída para o valor desejado. Outros campos de estudo, além da engenharia, utilizam o conceito de sistemas de controle por realimentação. Um exemplo disso está no ramo que estuda o corpo humano, pois a temperatura e pressão sanguínea corporal são mantidas constantes por meio da retroação fisiológica. Essa retroação é importante pois permite que o corpo humano fique insensível às perturbações externas, mantendo-o em condições ambientais ideais.

A vantagem dos sistemas de controle de malha fechada está no fato de que a retroação torna a resposta do sistema relativamente insensível a perturbações externas. Isso possibilita a utilização de sensores e atuadores para a obtenção do controle de um determinado processo. Devido a esses componentes utilizados, o sistema de malha fechada tem maior custo e potência quando comparados com outros sistemas, como por exemplo, sistemas de malha aberta, que não necessitam de realimentação.

O controle por realimentação de estados opera sobre as informações disponíveis sob a forma de medida sendo bastante útil para a otimização de sistemas. Possibilita tratar sistemas no domínio do tempo, além de permitir que o sistema seja do tipo MIMO. A realimentação de estados também é utilizada para a obtenção do desempenho transitório desejado por meio da alocação dos pólos da função de transferência de malha fechada [13].

2.5.1 Sistemas SISO

Os sistemas SISO têm como característica somente uma entrada $R(s)$ e uma saída $Y(s)$ [15]. Então, no sistema proposto, a entrada é a fluxo de fluido fornecido pela bomba.

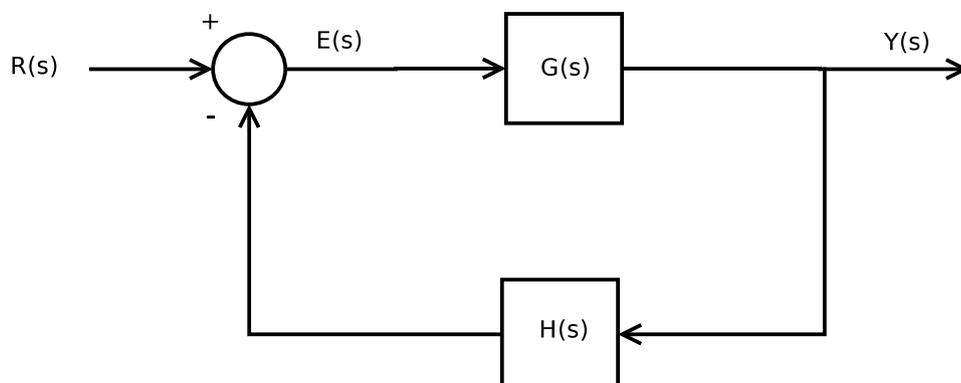


Figura 2.6: Sistema de controle por realimentação.

De acordo com a figura 2.6, percebe-se que no sistema de malha fechada, a medida do sinal de saída é comparado com a saída desejada gerando um sinal de erro que será aplicado ao atuador.

Ainda utilizando a figura 2.6 e considerando $H(s) \neq 1$. A saída do sistema é:

$$Y(s) = G(s)[R(s) - H(s)Y(s)]$$

e portanto

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + GH(s)}R(s) \quad (2.24)$$

A partir da equação 2.24, encontra-se o sinal de erro

$$E(s) = \frac{1}{1 + GH(s)}R(s) \quad (2.25)$$

Para a redução do erro, é necessário que a magnitude $[1 + GH(s)]$ deve ser maior que 1 sobre a faixa de valores de s . Conforme $H(s)$ vai se tornando desprezível, a medida do sistema será mais precisa pois o sinal de saída vai se aproximando do valor desejado.

2.5.2 Sistemas MISO

De acordo com a subseção 2.5.1, a função de transferência é representada por

$$G_{1j}(s) = \frac{Y_1(s)}{R_j(s)} \quad (2.26)$$

Essa definição pode ser estendida para sistemas que contêm múltiplas entradas e somente uma saída. Sistemas assim, são chamados de sistemas multivariáveis.

Percebe-se que a equação 2.26 refere-se a somente uma entrada. Quando o sistema sofre o efeito de todas as outras entradas, a saída do sistema é transformada para

$$Y_1(s) = G_{11}(s)R_1(s) + G_{12}(s)R_2(s) + \dots + G_{1m}(s)R_m(s) \quad (2.27)$$

para $j = 1, 2, \dots, m$

Representa-se também a equação 2.27 em forma de matriz, onde

$$\mathbf{R}(s) = \begin{bmatrix} R_1(s) \\ R_2(s) \\ \vdots \\ R_m(s) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

é um vetor $m \times 1$ de entrada;

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \dots & G_{1m}(s) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

é a matriz $1 \times m$ da função de transferência do sistema.

Os diagramas de blocos 2.7 e 2.8, representam um sistema multivariável com m entradas e uma saída.

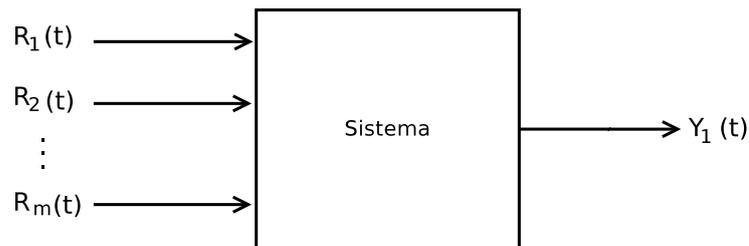


Figura 2.7: Diagrama de blocos de um sistema multivariável.



Figura 2.8: Diagrama de blocos de um sistema multivariável com vetor.

Percebe-se que na figura 2.7, todas as entradas e saída do sistema são disponibilizadas de forma singular, enquanto que na figura 2.8, as entradas e saídas são representadas por vetores. Esta última forma é a forma mais utilizada nos diagramas de sistemas multivariáveis.

De acordo com a figura 2.9, analisa-se que $\mathbf{Y}(s)$ é um vetor $p \times 1$ de saída; $\mathbf{U}(s)$, $\mathbf{R}(s)$ e $\mathbf{B}(s)$ são todos vetores $m \times 1$; e $\mathbf{G}(s)$ e $\mathbf{H}(s)$ são $p \times m$ e $m \times p$ matrizes de função de transferência, respectivamente.

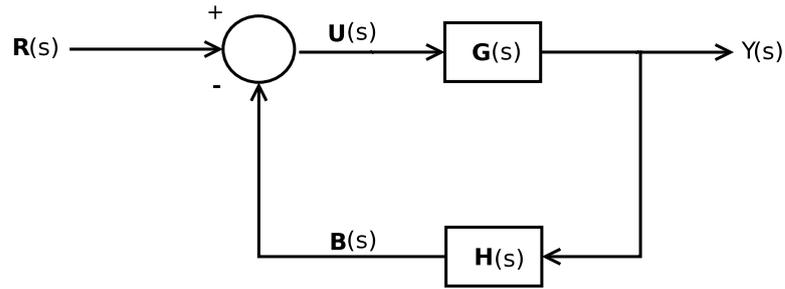


Figura 2.9: Sistema de controle multivariável por realimentação.

2.6 Controle multivariável em espaço de estados

Devido os sistemas possuírem muitas entradas e saídas, estes podem estar relacionados de uma forma complicada. Então, é preciso reduzir a complexidade das expressões matemáticas para poder analisar tais sistemas. Uma das técnicas de análise é baseado nas variáveis de estado que é descrita por equações vetor-matriciais [15]. Sendo assim, as próximas seções tratam de características relacionadas a espaço de estados.

2.6.1 Representação das equações de estado

Sendo n equações de estados com sistema dinâmico de ordem n representados por

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = f_i[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t), w_1(t), w_2(t), \dots, w_v(t)] \quad (2.30)$$

onde $i = 1, 2, \dots, n$. A i -ésima variável de estado é representado por $x_i(t)$, enquanto que a j -ésima entrada do sistema é representado por $u_j(t)$, para $j = 1, 2, \dots, m$; e a perturbação é retratada por $w_k(t)$, para $k = 1, 2, \dots, v$.

É necessário no sistema ter as variáveis correspondentes a saída, então considera-se as variáveis $y_1(t), y_2(t), \dots, y_p(t)$ como sendo as p variáveis de saída do sistema. A expressão da saída é representada a seguir

$$y_j(t) = g_j[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t), w_1(t), w_2(t), \dots, w_v(t)] \quad (2.31)$$

onde $j = 1, 2, \dots, p$.

O conjunto das n equações de estado e das p equações de saída formam as equações dinâmicas do sistema. Então, para a melhor manipulação das expressões, representam-se as equações dinâmicas na forma de vetores e matrizes. Abaixo são listadas estas representações.

Vetor de estados:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Vetor de entradas do sistema:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Vetor de saídas do sistema:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_p(t) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Vetor de perturbação:

$$\mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ \vdots \\ w_v(t) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Utilizando esses vetores, as n equações de estado e as p equações de saída podem ser representadas por

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{w}_1(t)] \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{w}_2(t)]\end{aligned}\quad (2.36)$$

onde \mathbf{w}_1 é relacionado a perturbação de medição e \mathbf{w}_2 é relacionado a perturbação do processo.

Para um sistema linear invariante no tempo, essas equações dinâmicas são escritas conforme a equação 2.37 e representadas em forma de blocos de acordo com a figura 2.10.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{w}_1(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\mathbf{w}_2(t)\end{aligned}\quad (2.37)$$

onde $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{H}$ são matrizes $\mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbb{R}^{p \times n}$, $\mathbb{R}^{p \times m}$, $\mathbb{R}^{n \times v}$, $\mathbb{R}^{p \times v}$, respectivamente.

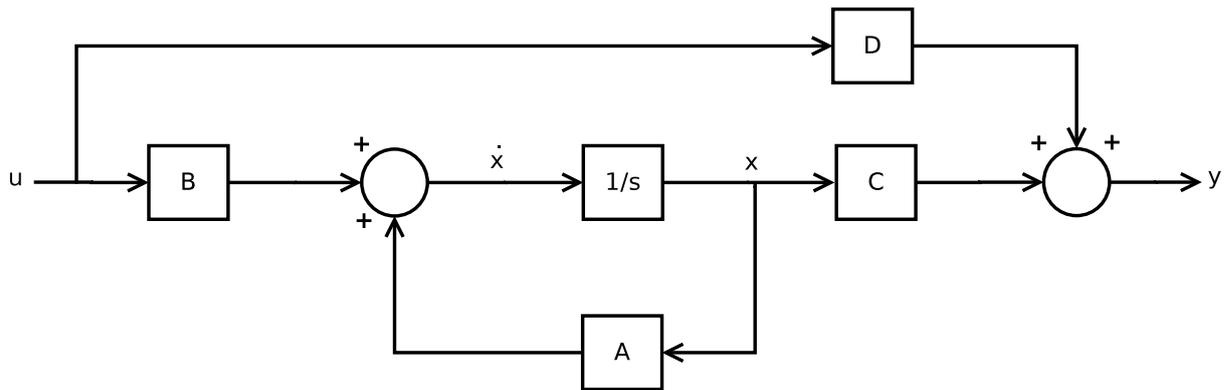


Figura 2.10: Diagrama de blocos das equações dinâmicas do sistema.

2.6.2 Estabilidade

A estabilidade de sistemas não lineares é, em geral, uma propriedade local, ao contrário dos sistemas lineares, que é uma propriedade global para um ponto de equilíbrio. Quando se trata de propriedade local, significa que a propriedade serve para uma vizinhança suficientemente pequena do ponto de equilíbrio e em se tratando de propriedade global, significa que a propriedade vale em todo o espaço de estado.

Como a estabilidade para sistemas não lineares é uma propriedade local, se faz necessário linearizar o sistema no ponto de equilíbrio. Posteriormente a este processo, analisa-se a estabilidade do sistema e para isso utiliza-se o método de Lyapunov, explicado na seção 2.6.2.1.

Sistemas são modelados para realizar algumas tarefas ou processos. Se uma pequena perturbação, mesmo que mínima, atuar no sistema e este não for estável, o resultado do sistema será prejudicado e até mesmo se tornar inútil, então, o sistema ser estável é um requisito necessário. Além disso, uma das funções da estabilidade é fazer com que o sistema tenha erro zero em regime permanente, ou seja, quando aplicado uma perturbação o sistema deve retornar ao seu ponto de equilíbrio.

2.6.2.1 Método de Lyapunov

[19] O primeiro critério de Lyapunov, também conhecido como método indireto, diz que se um sistema tem suas condições iniciais aproximadas de um ponto de equilíbrio estável, então a evolução do seu comportamento é delimitado a vizinhança desse ponto de equilíbrio. Se as condições iniciais $x(0) = x_0$ tendem ao equilíbrio, então, a resposta perturbada obtida é aproximada do ponto de equilíbrio \bar{x} . Este primeiro critério de Lyapunov pode ser verificado na definição 2.2.

Definição 2.2 *O sistema é assintoticamente estável se a equação 2.38 for assegurada*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x} \quad (2.38)$$

O segundo critério para sistemas lineares invariantes no tempo postula que se todos os pontos de equilíbrios possuírem as mesmas propriedades de estabilidade, então, é possível conhecer as propriedades de estabilidade do sistema. Este critério é expresso na definição 2.3

Definição 2.3 *Um sistema linear invariante no tempo $\dot{x} = Ax$, onde A é a matriz $n \times n$ de estados, é assintoticamente estável se e somente se, para qualquer matriz Q positiva existe uma única matriz P positiva que satisfaz a equação 2.39.*

$$A^T P + PA = -Q \quad (2.39)$$

2.6.3 Alocação de polos

A saída de um sistema de controle com realimentação é apresentado na equação 2.24, mas pode também ser representada pela equação 2.40, com a resposta em degrau unitário.

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.40)$$

onde ω_n é frequência natural não-amortecida e ζ é o coeficiente de amortecimento do sistema.

As raízes da equação característica são

$$s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (2.41)$$

A resposta transitória desse sistema é definido pela relação entre a frequência natural e o fator de amortecimento. À medida que ζ diminui, as raízes do sistema tendem ao eixo imaginário e a resposta se torna crescentemente oscilatória [14].

Quando $\zeta > 1$, as raízes do sistema são reais e possuem comportamento superamortecido; quando $\zeta = 1$, as raízes são iguais e reais e possuem comportamento de amortecimento crítico; e para $\zeta < 1$, as raízes são complexas e conjugadas e possuem comportamento subamortecido. Esses comportamentos podem ser verificados na figura 2.11.

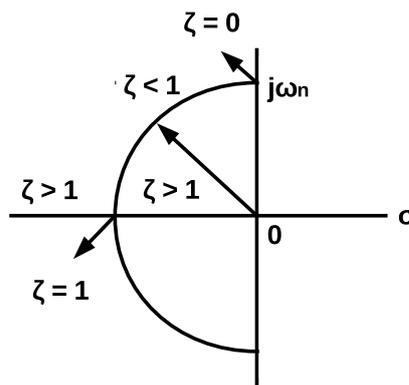


Figura 2.11: Lugar das raízes à medida que ζ varia com ω_n .

A resposta transitória do sistema de segunda ordem para os diversos valores da relação de amortecimento ζ é mostrado na figura 2.12.

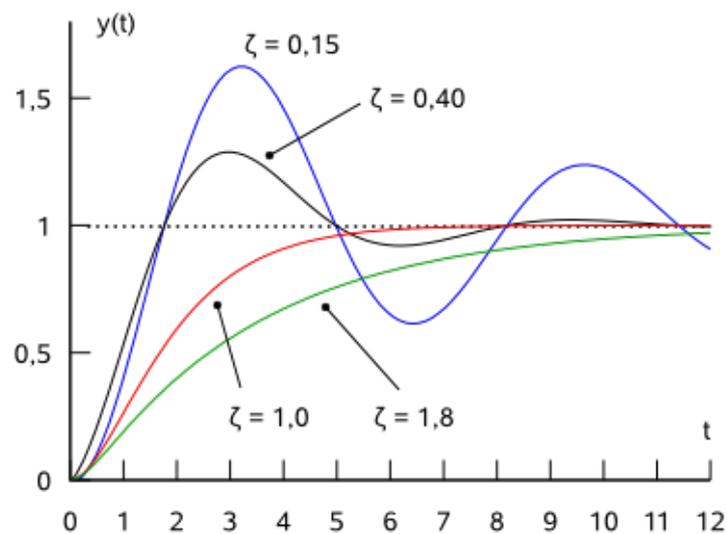


Figura 2.12: Resposta transitória de um sistema de segunda ordem.

2.6.3.1 polos dominantes

A localização dos polos de uma função de transferência afeta diretamente a resposta transiente do sistema, então, é necessário saber quais destes são os mais significativos, pois assim é possível controlar o desempenho dinâmico do sistema.

As raízes características da função de transferência que estão localizados mais próximos do eixo imaginário do lado esquerdo do plano cartesiano exercem no sistema um comportamento dinâmico com grandes respostas transitórias mas que vão decaindo lentamente, enquanto que as raízes localizadas mais distante deste eixo proporcionam um comportamento com decaimento mais rápido. E além disso, quanto mais afastado da origem estiver o pólo menor será o seu resíduo, então as respostas transitórias correspondentes a este pólo será de pequena impacto no comportamento dinâmico e de curta duração .

Para o projeto proposto, decidiu-se que o comportamento dinâmico seria afetado pelas raízes características da equação de malha fechada 2.40. Então, o pólo restante deve ser localizado a uma distância grande da origem, pois assim não afetará o comportamento de forma significativa.

O algoritmo de alocação dos polos do projeto é baseado no método de Lyapunov e melhor descrito no capítulo 5.

2.6.4 Rastreamento de trajetória

De acordo com a equação 2.25, pode-se concluir que elevados ganhos na malha de realimentação asseguram a propriedade do seguimento de referência, ou seja $Y(s) = R(s)$. Um elevado ganho do controlador em baixas frequências é suficiente para garantir o bom desempenho do sistema quanto ao rastreamento da referência. Este alto ganho também assegura a rejeição as perturbações do sistema devido a equação 2.24. Para elevados valores de $[1 + GH(s)]$, a equação reduz-se a $\frac{1}{H(s)}$, eliminando o efeito da perturbação.

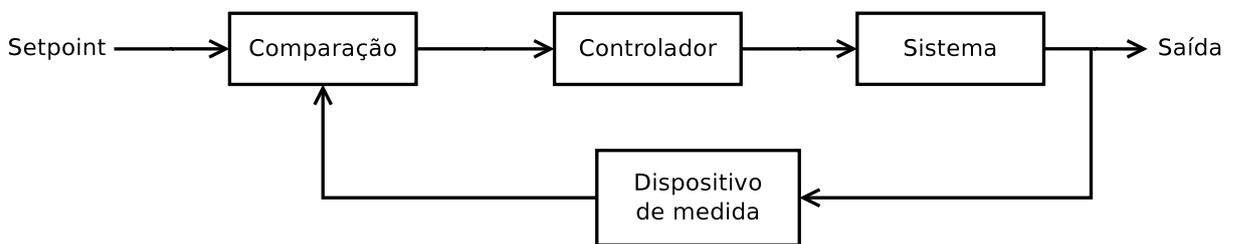


Figura 2.13: Processo de um sistema de malha fechada.

De acordo com a figura 2.13, o sensor transmite o sinal medido para um dispositivo que faz a comparação deste com o *setpoint* e produz um sinal de controle apropriado. Dependendo do tipo controlador utilizado, o comportamento do sistema tende a mudar mas todos convergem para o rastreamento do valor desejado. Um exemplo de rastreamento de trajetória é representado na figura 2.14

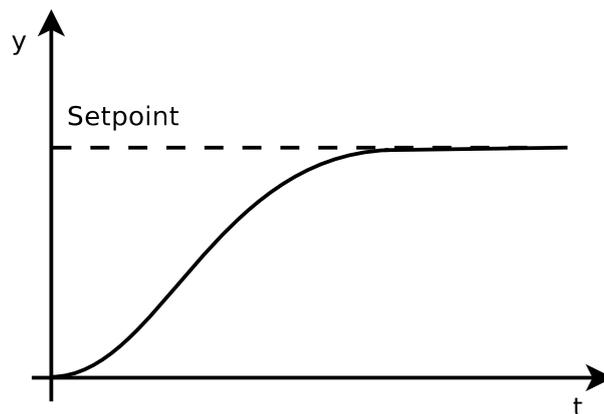


Figura 2.14: Sistema seguindo a referência.

2.7 Controlador PID

Muitos processos industriais são controladores do tipo proporcional integral derivativo (PID). Essa popularidade pode ser atribuída ao seu bom desempenho em uma ampla faixa de condições operacionais e devido também a sua simplicidade que permite aos engenheiros operá-los de forma maneira simples e direta. Este tipo de controlador também é conhecido como "controlador de três termos" devido a utilização dos ganhos proporcional, integral e derivativo [14].

A função de transferência do controlador PID é mostrado na equação 2.42.

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.42)$$

De acordo com a equação 2.43, encontra-se um pólo na origem e dois zeros que podem ser posicionados à esquerda do plano s .

$$G_c(s) = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \quad (2.43)$$

O diagrama de blocos do controlador PID pode ser visto na figura 2.15.

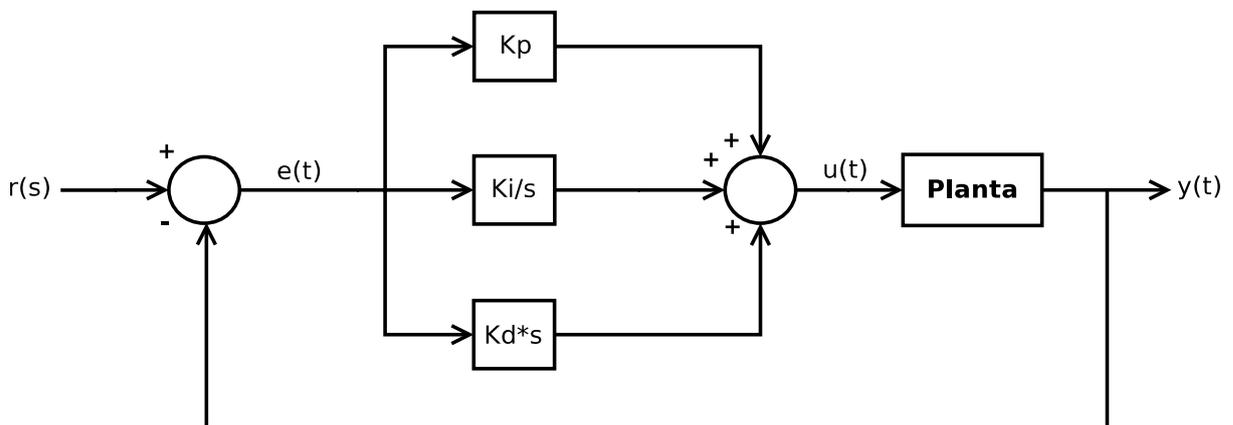


Figura 2.15: Controlador PID.

2.7.1 Efeitos das ações de controle

Nesta seção, as ações de controle básicas utilizadas em controladores PID e os seus desempenhos são apresentadas.

2.7.1.1 Ação de controle Proporcional

Em um controlador com a ação de controle proporcional, a relação entre o sinal de saída do controlador e o sinal de erro atuante $e(t)$ é

$$u(t) = K_p e(t) \quad (2.44)$$

Qualquer que seja a forma de energia usada na operação, o controlador proporcional é um amplificador com ganho ajustável, ou seja, um grande erro em algum instante de tempo acarreta um valor alto na saída do controlador neste instante de tempo.

2.7.1.2 Ação de controle Integral

O controlador integral pode eliminar o erro residual ou erro em regime estacionário criado devido a não utilização de um integrador na função de transferência do sistema. Embora remova o erro residual ou erro em regime permanente, a ação de controle pode resultar em uma resposta oscilatória lenta, piorando a estabilidade do sistema, o que é indesejável. Devido a isso, o controle integral é raramente utilizado sozinho.

O sinal de controle $u(t)$ possui valor não nulo quando o sinal de erro atuante $e(t)$ for nulo, conforme mostrado na figura 2.16.

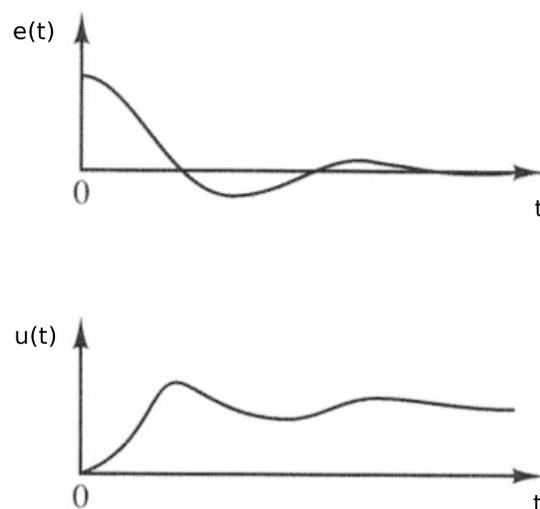


Figura 2.16: gráficos das curvas $e(t)$ e $u(t)$ mostrando o sinal de controle para sinal de erro com ação integral.

O valor da saída do controlador é

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (2.45)$$

2.7.1.3 Ação de controle Derivativo

A ação de controle responde à taxa de variação do erro atuante e pode produzir uma correção significativa antes deste erro tornar-se demasiadamente grande, ou seja, antecipa o erro atuante e inicia uma ação corretiva mais cedo. Atua no sentido de atenuar as variações do sistema proporcionando melhor desempenho na resposta transitória do sistema. Devido ao fato de o controle derivativo operar sobre a taxa de variação do erro atuante e não sobre seu próprio erro atuante, este nunca é utilizado sozinho. O comportamento desta ação de controle pode ser vista na figura 2.17.

O valor da saída do controlador derivativo é

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.46)$$

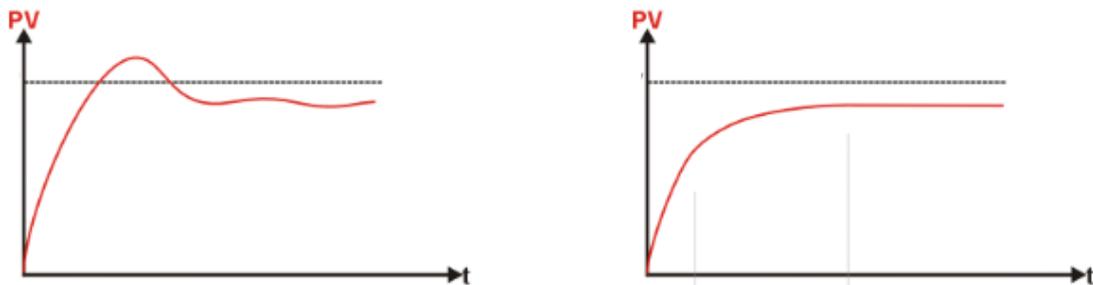


Figura 2.17: Comparação da ação de controle P com a ação de controle PD.

2.7.2 Discretização

É comum um sistema contínuo tornar-se um sistema discreto devido a utilização de computadores e algoritmos. Então, várias estratégias de aproximação são utilizadas, mas para os controladores PID esta aproximação é baseada na função de transferência [20]. Um exemplo de aproximação é apresentada na figura 2.18.

A aproximação utilizado no projeto é chamada método trapezoidal ou aproximação de *Tustin*, pois corresponde a forma de se obter a integração numérica. A sua função de transferência é obtida substituindo o argumento s por

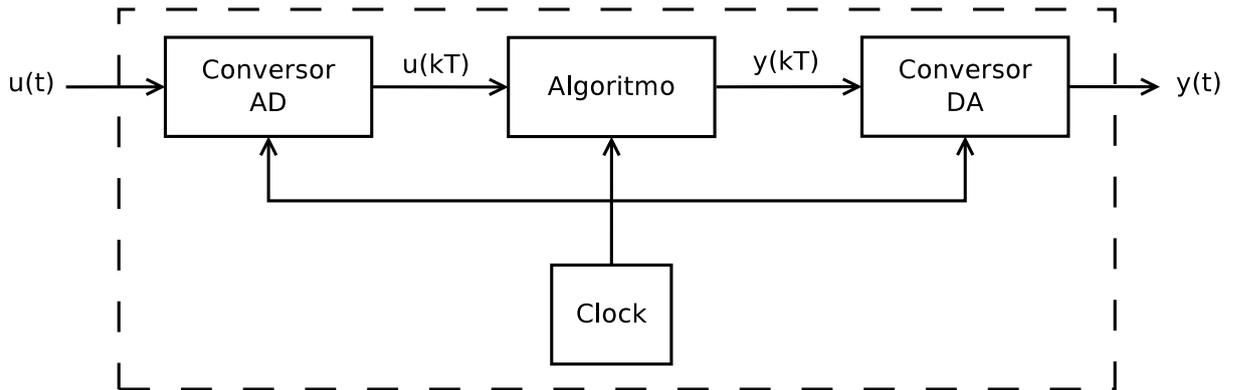


Figura 2.18: Aproximação de uma função de transferência contínua utilizando algoritmo.

$$s = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad (2.47)$$

O diagrama de blocos do sistema de controle discreto do PID pode ser visto na figura 2.19.

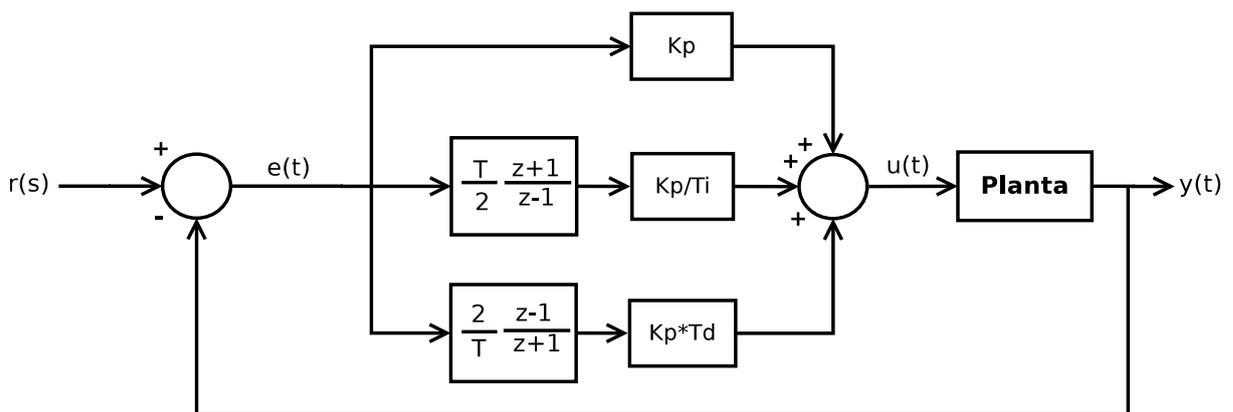


Figura 2.19: Controlador PID discreto.

2.8 Gain Scheduling

Algumas estratégias de controle, tal como controle robusto, lidam com incertezas na representação do modelo da planta mas visam garantir estabilidade e bom desempenho do sistema. Estes tipos de controle já estão bem estabilizado para sistemas lineares, mas quase todos os sistemas reais são não lineares. Então, se a região de operação for pequena, utilizam-se estas estratégias pois as não linearidades podem ser tratadas como incertezas. O gain scheduling é comumente utilizado para sistemas não lineares e possui diversas aplicações na indústria [21].

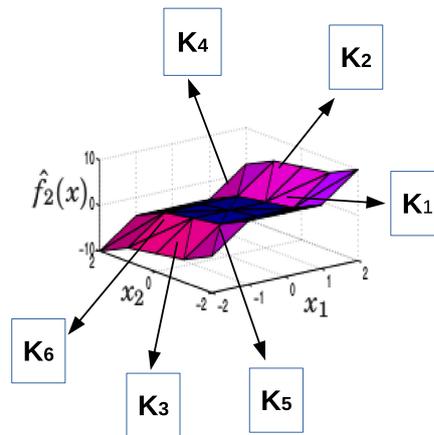


Figura 2.20: Agendamento de ganhos do sistema linear por partes.

Uma das limitações da abordagem da técnica de linearização está no fato de que o controle é garantido somente em um intervalo de um determinado ponto de operação. Então, utiliza-se a técnica de agendamento de ganhos, que permite que haja o controle em vários pontos de operação. Devido ao conhecimento da dinâmica do sistema em um determinado ponto de operação em várias situações, configura-se esses pontos de operação em torno de algumas variáveis chamadas de variáveis de agendamento, que podem ser sinais externos ou internos a planta. De acordo com essas variáveis é possível desenvolver o sistema de controle que atuará em cada ponto de operação [22]. Um exemplo de agendamento de ganho está representado na figura 2.20.

2.9 Controle de processos complexos

Conforme os processos de controle tornam-se cada vez mais complexas, é necessário que as estratégias de controle também evoluam para garantir eficiência e baixo custo. Então, algumas estratégias de controle para os processos complexos são abordadas nesta seção.

2.9.1 Controle em cascata

Uma desvantagem do controle em malha fechada convencional é a correção tardia das perturbações. Uma abordagem que melhore significativamente esta resposta dinâmica do sistema é chamada de *controle em cascata* e emprega a utilização de um segundo controle em malha fechada, além de um segundo dispositivo de medida. Este ponto de medição é verificado e então a condição de virada do controlador em relação ao *setpoint* é reconhecido antes mesmo da variável de controle. Isto proporciona a correção das perturbações de forma precoce. Esta abordagem é bastante utilizada em processos industriais e eficaz quando aplicada em comportamentos não lineares [1].

O controle em cascata tem duas características distintas

- O sinal de saída do controlador *mestre* serve como referência para o controlador *escravo*.
- O controlador secundário (*escravo*) deve estar localizado internamente ao controlador primário (*mestre*).

O controle em cascata pode melhorar a resposta do sistema em relação à mudança do referencial por meio da utilização de dispositivos de medida e controladores de malha fechada. A arquitetura do controle em cascata é representada na figura 2.21.

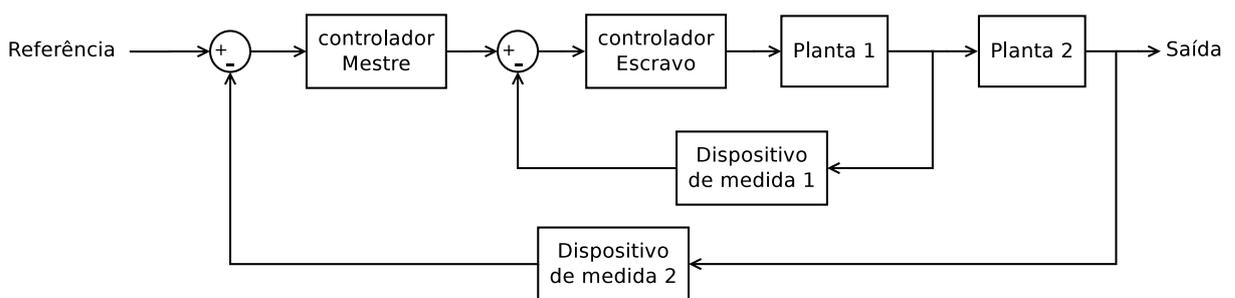


Figura 2.21: Diagrama de blocos do sistema de controle em cascata.

Utilizando o sistema proposto, verifica-se na figura 2.22 que o controlador *escravo* se refere a servo-válvula e tem como referência a comparação do valor desejado com a medição obtida do dispositivo de medição do controlador *mestre*.

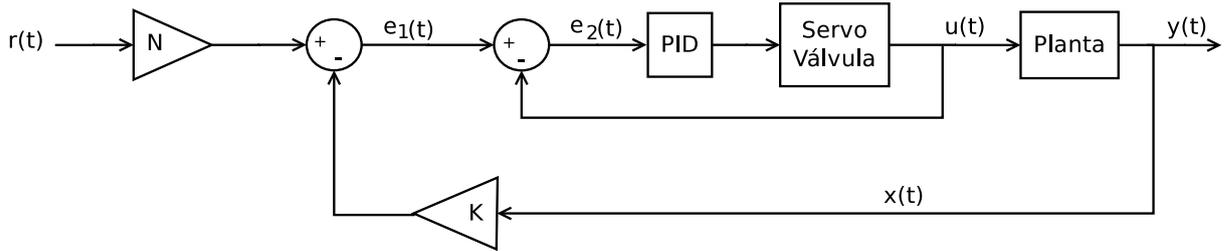


Figura 2.22: Ilustração do controle em cascata do sistema de três tanques.

2.9.2 Multiloop

A maioria dos processos industriais geralmente referem-se a sistemas MIMO, ou seja, mais de uma variável deve ser controlada. Estes sistemas apresentam um problema de controle importante, pois cada variável manipulada pode afetar outras variáveis manipuladas. Este problema refere-se as interações entre processos [1].

Quando há interações entre processos, encontrar uma configuração de controle pode não ser óbvio e trivial. Uma das configurações utilizadas é relacionado aos sistemas de controle *multiloop* que emprega duas malhas de controle no sistema. Um exemplo de sistemas multiloop é apresentado na figura 2.23.

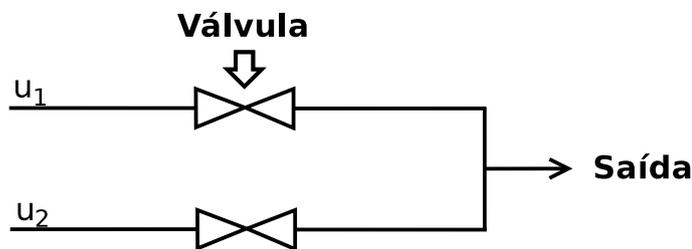


Figura 2.23: Exemplo de sistema multiloop.

Percebe-se que existem duas variáveis a serem manipuladas que são as duas válvulas do sistema. Então, duas malhas de controle foram utilizadas, cada uma com a sua respectiva variável.

Capítulo 3

Descrição e construção do sistema do três tanques

Neste capítulo, a arquitetura e todas as características relacionadas ao sistema abordado são apresentadas, citando os recursos de hardware e software utilizados e suas respectivas propriedades. Para experimentação prática do sistema, um modelo físico é necessário. Então, os procedimentos de construção do modelo e suas respectivas especificações também são apresentadas.

3.1 Descrição dos três tanques acoplados

O sistema consiste de três tanques idênticos, cujos tanques localizados nas extremidades contêm os fluxos de entrada do fluido (Q_1 e Q_2) fornecida por bombas. Os tanques são conectados por meio de tubos, divididos entre tubos de conexão e transmissão, que possuem válvulas manuais ($k_{13}, k_{23}, k_{v1}, k_{v2}, k_1, k_2$) cujos comportamentos podem assumir a posição completamente fechada ou aberta. Cada tanque pode ter seu nível de fluido medido por meio de um sensor de nível que ficará localizado na parte superior de cada tanque. Os dois atuadores que irão atuar no sistema são servo-válvulas localizados nos tanques 1 e 2. O sistema construído fisicamente é baseado no modelo simulacional de Lunze et al. [23] e é apresentado na figura 3.1.

Os tanques possuem 10 centímetros de diâmetro e têm sua estrutura feita de PVC. Os canais de comunicação que conectam os tanques também são feitos do mesmo material e pos-

suem (1/2") de diâmetro. Para as conexões das bombas com as servo-válvulas, mangueiras de meia polegada foram utilizadas. Para a utilização do modelo físico como bancada experimental de um laboratório, um suporte é necessário. Este suporte compreende peças de compensado e placas de aço em conjunto.

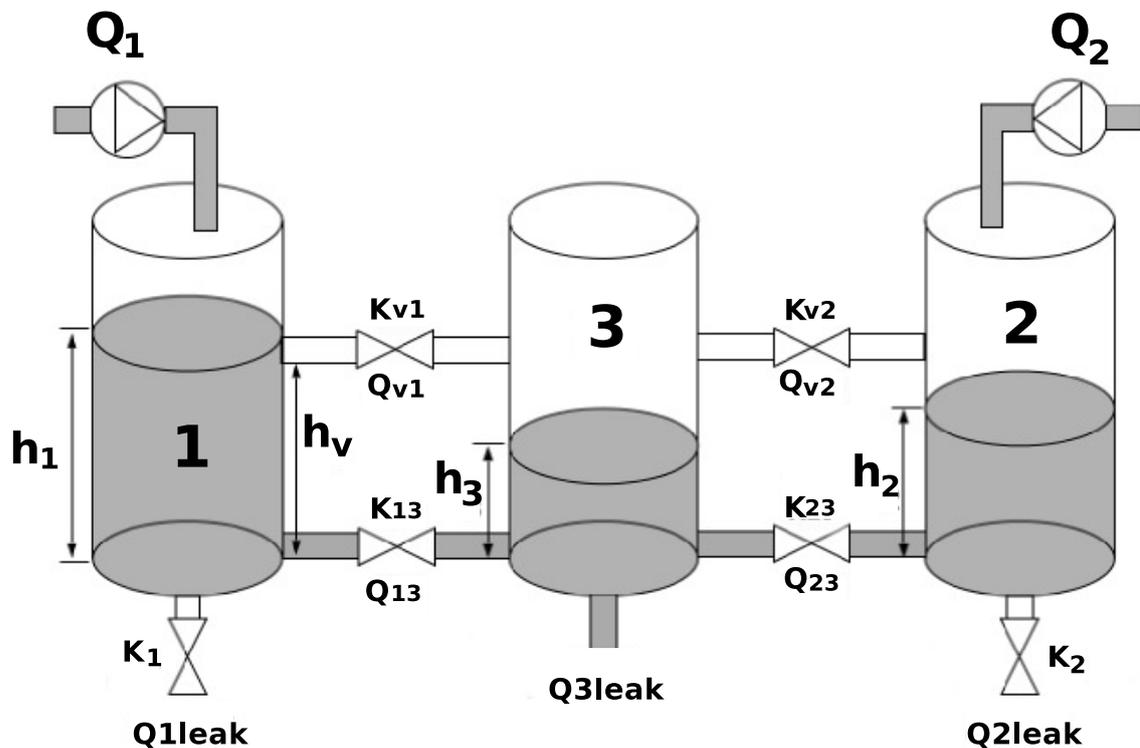


Figura 3.1: Representação dos três tanques

As listas de variáveis utilizadas nas equações de modelagem do sistema são apresentadas na tabela 3.1.

3.1.1 Arquitetura do sistema

De acordo com a figura 3.2, percebe-se que a arquitetura do sistema é composta de sensores, atuadores e fonte. Os atuadores são constituídos da servo-válvula que é composta de servo motor e válvula manual em conjunto e têm como objetivo atuar na vazão de entrada do fluido. A fonte possui duas bombas que têm como objetivo fornecer fluido do reservatório para o sistema. Os sensores atuam singularmente e tem como função fornecer os dados coletados

Símbolo	Significado
h_i	Nível de fluido no tanque i
h_v	Altura fixa correspondente aos tubos de transmissão entre os tanques
h_{max}	Altura máxima dos tanques
Q_i	Fluxo de entrada de fluido no tanque i
Q_{i3}	Fluxo de conexão entre os tanques i e 3
Q_{vi}	Fluxo de transmissão entre os tanques i e 3
Q_{ileak}	Fluxo de saída do tanque i
K_{i3}	Válvula de conexão entre os tanques i e 3
K_{vi}	Válvula de transmissão entre os tanques i e 3
K_i	Válvula de saída dos tanques i

Tabela 3.1: Lista de variáveis do modelo de três tanques.

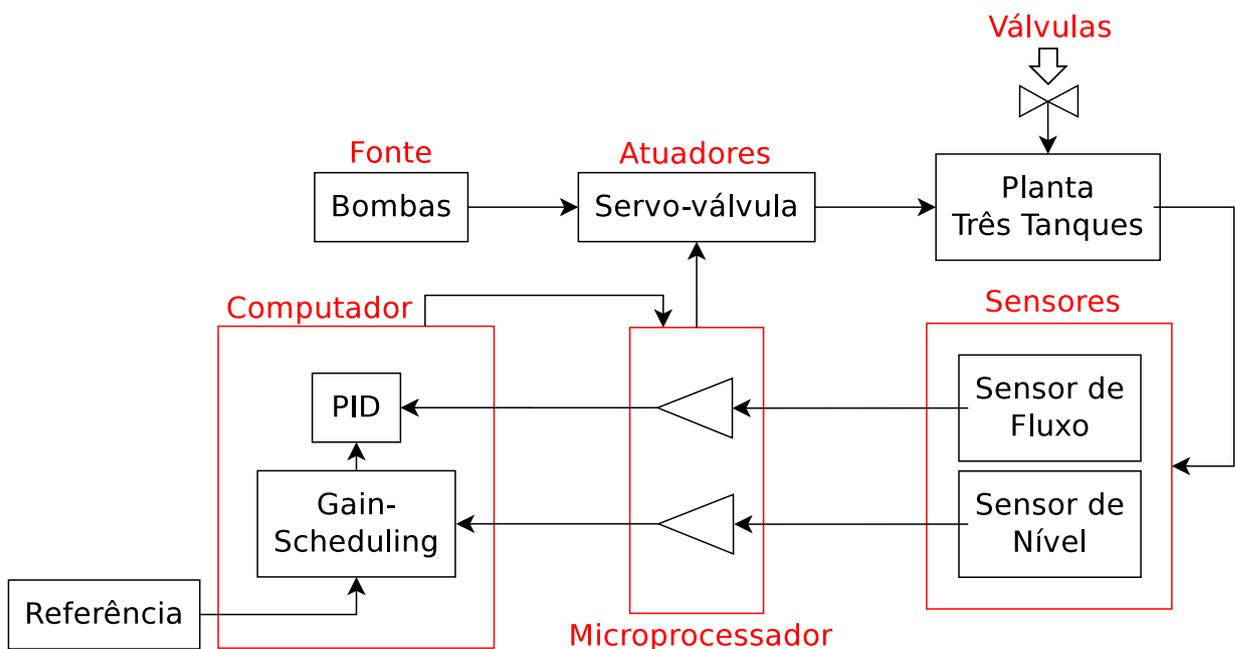


Figura 3.2: Arquitetura do sistema

relativos ao nível e fluxo do fluido nos tanques para o sistema. O microprocessador utilizado tem como função coletar os dados dos sensores e assim executar comandos nos atuadores.

3.1.2 Especificações do modelo

É importante observar que, como em todo sistema físico real, há presença de restrições no processo: vazão de entrada limitada no sistema e nível limitado nos tanques. Isso acontece

Especificação	Valor
Área da seção transversal dos tanques	79cm^2
Área da seção transversal da válvula	1.26cm^2
Constante da gravidade	$981\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$
Altura dos tubos de transmissão	30cm
Altura máxima dos tanques	44cm
Fluxo das bombas	$525.75\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$
Fluxo máximo dos atuadores	$80\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$

Tabela 3.2: Especificações do sistema.

devido aos equipamentos e recursos utilizados na construção do modelo físico. Estas especificações influenciam diretamente a performance do sistema, de forma que, devem ser respeitadas para a correta dinâmica do sistema. As restrições são apresentadas na tabela 3.2.

3.2 Recursos de Hardware

Nesta subseção, é apresentado todos os hardwares fundamentais para o funcionamento do modelo físico.

3.2.1 Placa arduino mega 2560

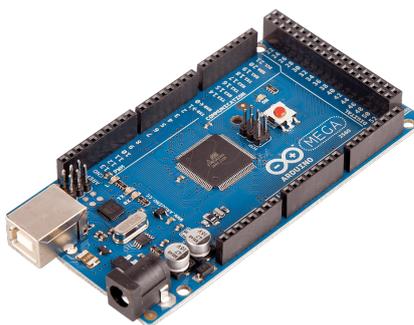


Figura 3.3: Arduino Mega 2560

Na fase de implementação será utilizado a plataforma de prototipagem eletrônica de hardware livre chamada *Arduino*, mostrado na figura 3.3. É um importante recurso para o sistema, pois consiste em um microcontrolador (*ATmega2560*) que interpretará e executará os comandos lógicos recebidos dos sensores. O arduino consiste em um oscilador de cristal de 16

Mhz e pode ter sua alimentação fornecida por fonte externa ou via USB, com tensão entre 7 à 12 volts. A transmissão de dados acontece de forma serial, via USB ou por meio de um FTDI, chip adaptador. O modelo do arduino utilizado será o MEGA 2560, que consiste de 54 entradas/saída digitais (das quais 15 podem ser usadas como saída PWM) e 16 entradas analógicas.

3.2.2 Sensor Ultrassônico HC-SR04



Figura 3.4: Sensor ultrassônico HC-SR04

O sensor mostrado na figura 3.4 Tem como função calcular distâncias de objetos e obstáculos. Possui quatro pinos, dos quais dois servem para a alimentação (*Vcc* e *Gnd*), um para transmitir ondas sonoras (*Trigger*) que quando colidirem com o objeto à frente, retornam para o pino restante (*Echo*) que recebe essas ondas e transforma em pulsos. Tendo o tempo total deste processo, é possível saber a distância do objeto. O sensor possui uma precisão de 3mm e sua alimentação deve ter tensão de 5 volts.

3.2.3 Sensor de fluxo YF-S201C



Figura 3.5: Sensor YF-S201C

Também será utilizado para a obtenção de dados sobre o fluxo de água entre os tanques, o sensor mostrado na figura 3.5, cujo diâmetro é de (1/2"). Sua estrutura contém uma válvula em formato de catavento com um ímã acoplado, que trabalha em conjunto com um sensor hall para o envio de sinal PWM. Por meio destes pulsos será possível mensurar a vazão de líquido que passará por entre os tubos do sistema de três tanques. A tensão de funcionamento está na faixa de 5 à 24 volts e a faixa de fluxo mínima e máxima mensurada é de 1 à 30 $\frac{\text{litros}}{\text{minuto}}$, respectivamente.

3.2.4 Servo motor MG996R



Figura 3.6: Servo motor MG996R

Este componente é composto por um conjunto de engrenagens que tem como função fornecer momento de força. O servo utilizado, mostrado na figura 3.6, pode rotacionar em até 120 graus, sendo 60 graus em cada direção. E fornece torque de $9.4 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}}$, quando aplicado uma tensão de 4.8 volts, e de $11 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}}$, quando aplicada uma tensão de 6 volts. O MG996R possui três pinos, sendo que dois deles servem para a alimentação e um para o sinal PWM de entrada, o qual é convertido em ângulo pelo microcontrolador do servo motor.

Para o funcionamento eficiente do modelo físico, necessita-se de um atuador que atue proporcionalmente ao seu sinal de controle. Então, construiu-se uma Servo-válvula que contém a ideia de que entre as posições totalmente aberta e totalmente fechada, existem infinitas posições. Proporcionando, neste caso, a variação da vazão de entrada no sistema. A figura 3.7 demonstra o conceito de servo-válvula utilizado no projeto proposto.

Um sinal PWM é aplicado no servo motor que exercerá um determinado torque na válvula manual, de acordo com o ângulo adquirido pelo microcontrolador do servo motor.

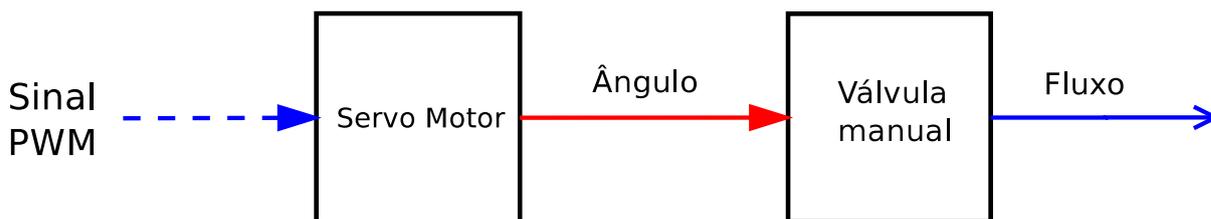


Figura 3.7: Diagrama da servo válvula

3.2.5 Bomba de porão



Figura 3.8: Bomba de porão

A bomba de porão, mostrada na figura 3.8, tem como objetivo fornecer um fluxo contínuo de líquido para o sistema. A vazão que ela fornece é de $525.75 \frac{cm^3}{s}$, e sua alimentação é de 12 volts consumindo até 2.5 amperes.

3.2.6 Fonte ATX



Figura 3.9: Fonte ATX

A Fonte ATX, mostrada na figura 3.9, é Responsável pela alimentação de todos os componentes do sistema. Possui alimentação de entrada de 110V ou 220V e fornece tensão de saída de 3.3V e 5V que são direcionadas para dispositivos menores, como sensores, e de 12V

utilizada por dispositivos que consomem mais energia, tais como motores. A potência da fonte utilizada no modelo é de 450 watts.

3.3 Recursos de Software

Nesta subseção, 3.3, é apresentado o software utilizado para a construção do modelo simulado, verificação dos comportamentos dinâmicos do sistema e integração do ambiente físico e simulado.

3.3.1 MATLAB - Simulink

Para a modelagem do projeto, utilizou-se o ambiente de desenvolvimento MATLAB, que emprega a linguagem de programação C. Foi criado no fim dos anos de 1970 por Clever Moler e trata-se de um software interativo de alta performance, otimizado para a resolução de problemas de engenharia e voltado para o cálculo numérico, cujo elemento básico de informação é uma matriz que não requer dimensionamento. Esta plataforma consiste de uma vasta biblioteca que oferece suporte para o desenvolvimento de algoritmos, além de possuir ferramentas gráficas que facilitam a visualização dos dados.

Em conjunto com o MATLAB, utilizou-se uma ferramenta para modelagem, simulação, verificação dos comportamentos lineares e não lineares, e análise de sistemas dinâmicos chamada Simulink, proporcionando uma interface gráfica em forma de blocos. É amplamente adotada para teoria de controle e processamento digital de sinais. O simulink permite que algoritmos possam ser incorporados em seus modelos, facilitando a análise dos resultados obtidos. Esta ferramenta foi de extrema importância para a modelagem do sistema de três tanques, pois proporcionou a avaliação dos comportamentos resultantes do modelo.

3.4 Procedimentos de construção do modelo

Para a experimentação do estudo teórico e simulado, construiu-se o modelo físico do sistema de três tanques. Este capítulo mostrará todos os passos de sua construção, além dos componentes utilizados e suas especificações. A lista dos componentes que compõem todo o sistema físico dos três tanques estão documentados no apêndice A.

Para a construção do modelo físico do sistema de três tanques, seguiu-se os procedimentos abaixo.

3.4.1 Confecção dos tanques

Para os tanques principais, utilizaram-se três tubos de PVC de quarenta centímetros de comprimento e 10 centímetros de diâmetro. Esses tubos foram tampados em ambos os lados e devidamente vedados. Após a vedação, *luvas* de meia polegada foram colocadas nestes três tubos para a devida conexão entre os tanques, de acordo com a sua localização no sistema. Para o tanque de número três localizado na parte central, de acordo com a figura 3.1, as conexões entre os tanques acontecem por ambos os lados. Então, existem quatro canais de ligação nesta parte do sistema, enquanto que nos outros tanques, esses canais só acontecem em um lado.

3.4.2 Implantação do indicador de nível

Para a verificação visual do nível do fluido dentro do tubo, joelhos foram situados na tampa superior e inferior de forma que ficassem perpendicular aos canais de conexão feitos na subseção 3.4.1. Após isso, uma mangueira transparente de quarenta centímetros foi encaixada entre os joelhos, proporcionando assim a visualização do fluido. Os resultados das subseções 3.4.1 e 3.4.2 são mostrados na figura 3.10.

3.4.3 Inserção do sensor de nível

Este passo é comum a todos os tanques, pois está relacionado ao encaixe do sensor ultrassônico, que tem como objetivo informar qual o nível do fluido para o sistema. Na parte superior do tanque, é necessário criar regiões circulares através de cortes no tubo, para que o sensor ultrassônico fique perfeitamente encaixado. O resultado deste passo é mostrado na figura 3.11

3.4.4 Inclusão do canal de entrada do fluido

Para os tanques 1 e 2, as junções de conexão entre tanques foram dispostas na parte da direita e esquerda do tubo, respectivamente. Além dos encaixes feitos para os sensores ultrassônicos, conforme aprofundado na subseção 3.4.3, *joelhos* devem ser acrescentados na

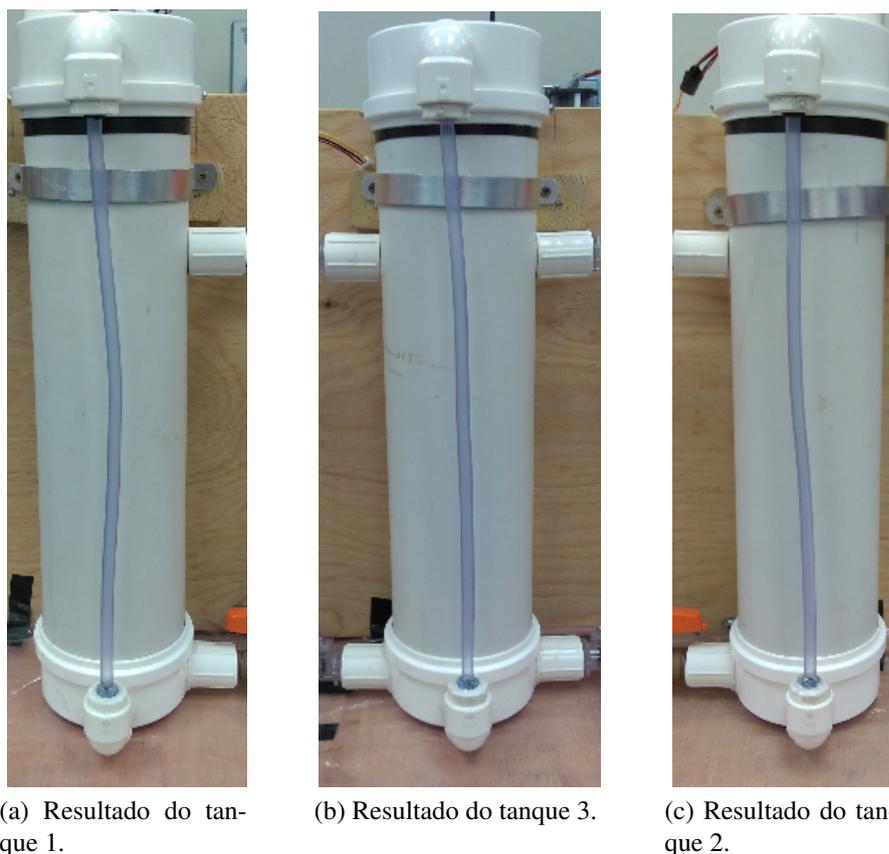


Figura 3.10: Resultados das subseções 3.4.1 e 3.4.2.



Figura 3.11: Sensor ultrassônico inserido no tanque.

parte superior destes dois tanques para que possibilite a vazão de entrada do fluido no sistema. Estes *joelhos* devem ficar a 180 graus dos canais de conexão existentes no próprio tanque, conforme mostradas nas figuras 3.12a e 3.12c. Para o isolamento da vazão de entrada do fluido, utilizou-se um tubo de (1/2") com 35 centímetros de comprimento conectado ao joelho da tampa superior. Este isolamento é necessário para impedir que resquícios do fluido interfiram na leitura do sensor de nível.

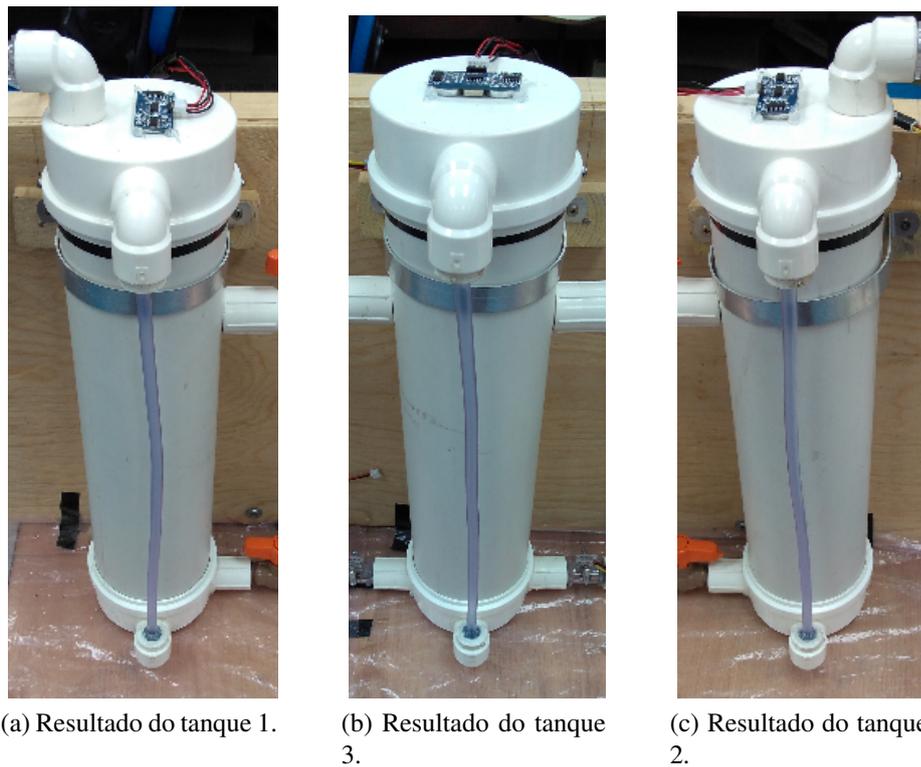


Figura 3.12: Resultados da subseção 3.4.4.

3.4.5 Inclusão do canal de saída do fluido

Este passo também é comum aos três tanques construídos, pois possibilita a vazão de saída do fluido no sistema. Para isso, conectou-se *flanges* de meia polegada na parte inferior de cada tanque que além de permitir a vazão de saída do fluido, também assegura a vedação dos mesmos.

3.4.6 Confeccção dos canais de comunicação

Com os três módulos dos tanques produzidos, constroem-se agora os canais de comunicação que ao todo são quatro canais, e é onde ocorre a vazão de fluido entre os tanques. Utilizou-se junções conectadas com a válvula manual e o sensor de fluxo, conforme mostrado na figura 3.13. Para evitar o vazamento de fluido nesses canais, colocou-se *veda rosca* nos componentes.

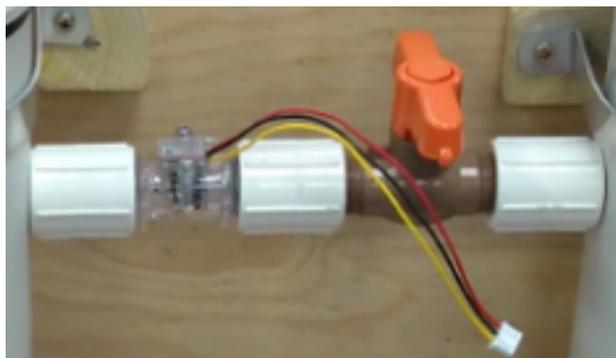


Figura 3.13: Construção do canal de comunicação explicado no passo 3.4.6.

3.4.7 Construção das servo-válvulas

Para a construção dos dois atuadores contidos no sistema e localizados nos tanques situados nas extremidades (T_1 e T_2), utilizaram-se válvulas manuais conectadas a um servo motor. A disposição dos componentes utilizados para a construção da servo válvula pode ser visto na figura 3.14. Primeiramente, o servo motor foi fixado ao conector e posteriormente introduzido na válvula manual. O resultado da servo válvula é apresentado na figura 3.15.

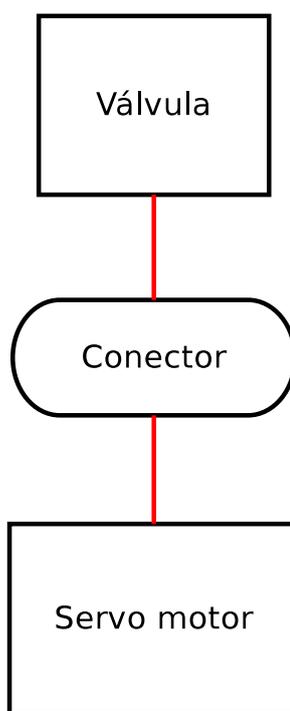


Figura 3.14: Disposição dos componentes da servo válvula.



Figura 3.15: Resultado da construção da servo válvula.

3.4.8 Integração dos módulos

Neste passo, integrou-se todos os módulos construídos nos passos anteriores. O resultado dessa integração é apresentado na figura 3.16.

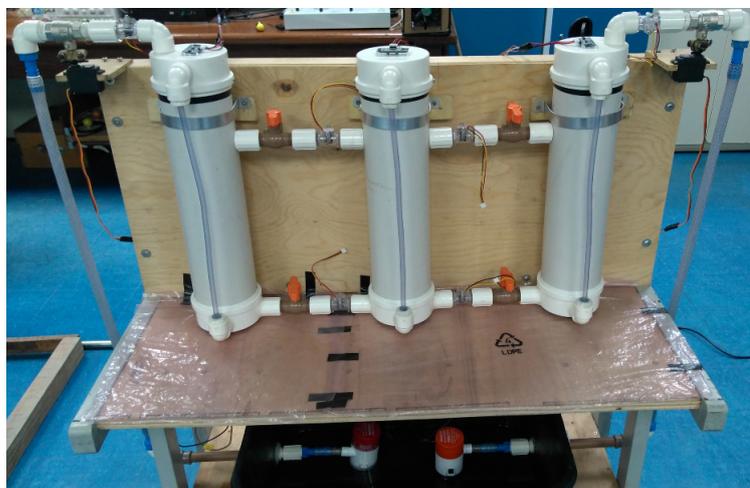


Figura 3.16: Resultado da integração dos módulos.

3.4.9 Instalação do reservatório de fluido

Para o armazenamento do fluido e a conseqüente transferência deste para os tanques, é necessário um reservatório que possua o volume correspondente a máxima altura que os tanques podem operar. Então, o reservatório utilizado possui as dimensões (55cm × 45cm × 25cm). As

bombas empregadas estão dispostas dentro do reservatório. O resultado é apresentado na figura 3.17.



Figura 3.17: Imagem do reservatório utilizado para o armazenamento do fluido.

Capítulo 4

Modelagem e linearização do sistema de três tanques

O modelo matemático de um sistema dinâmico é definido como um conjunto de equações diferenciais que representam a dinâmica do sistema de forma aceitável. Um sistema pode ser representado de muitas maneiras diferentes, e portanto, existem diversos modelos matemáticos [13]. Neste capítulo, é descrito toda a modelagem matemática do sistema de três tanques acoplados e a respectiva técnica de linearização utilizada nesse sistema bastante não linear.

4.1 Modelagem do sistema

De acordo com a subseção 2.4, as equações dinâmicas do sistema podem ser definidas como

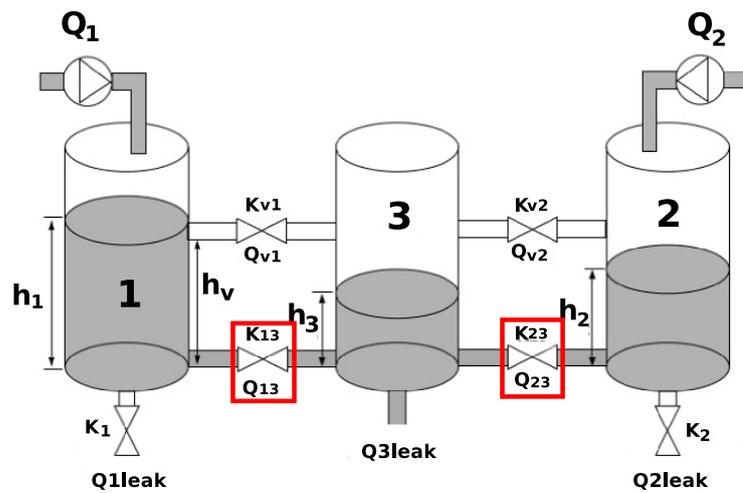
$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= \frac{1}{S}(Q_1 - Q_{13} - Q_{1leak} - Q_{v1}) \\ \dot{h}_2 &= \frac{1}{S}(Q_2 - Q_{23} - Q_{2leak} - Q_{v2}) \\ \dot{h}_3 &= \frac{1}{S}(Q_{13} + Q_{23} + Q_{v1} + Q_{v2} - Q_{3leak}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

O sistema é dividido em dois tipos de comunicação entre os tanques. Uma dessas comunicações localiza-se exatamente na base dos tanques enquanto a outra localiza-se exatamente na altura h_v . Para a melhor identificação, essas comunicações foram nomeadas de acordo com a tabela 4.1 e apresentados na figura 4.1. As variáveis relacionadas as válvulas são descritas na

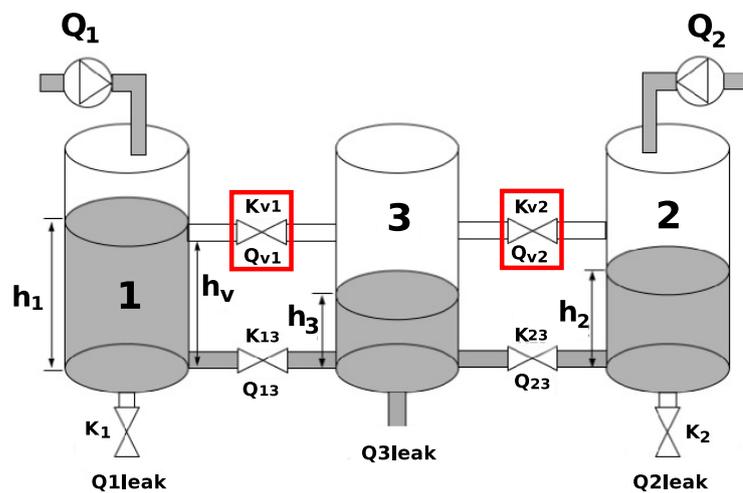
Nomeação	Significado
Tubos de conexão	Parte inferior do tanque, referente aos fluxos (Q_{13} e Q_{23})
Tubos de transmissão	Parte superior do tanque, referente aos fluxos (Q_{V1} e Q_{V2})

Tabela 4.1: Legenda para os canais de comunicação que se localizam entre os tanques.

tabela 3.1



(a) Tubos de conexão do sistema



(b) Tubos de transmissão do sistema

Figura 4.1: Canais de comunicação do sistema de três tanques

Conforme mostrado na mesma subseção mencionada acima, o fluxo obedece a lei de Torricelli, que expressa a relação entre a velocidade de fluxo do tubo de transmissão e o nível

de fluido no tanque. No caso de este nível estar abaixo da altura h_v , a expressão do fluxo nos tubos de conexão será

$$Q_{i3} = K_{i3} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_i - h_3) \cdot \sqrt{|2g(h_i - h_3)|} \quad (4.2)$$

para $i = 1, 2$.

E no caso de o nível estar acima da altura h_v , a expressão do fluxo nos tubos de transmissão será

$$Q_{vi} = K_{vi} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(\max[h_v, h_i] - \max[h_v, h_3]) \cdot \sqrt{|2g(\max[h_v, h_i] - \max[h_v, h_3])|} \quad (4.3)$$

para $i = 1, 2$.

Além disso, é necessário encontrar os fluxos de saída do sistema. O fluxo de saída do sistema, no caso de as válvulas (k_1 e k_2) estarem abertas é dado por:

$$Q(i)leak = K_i \cdot \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh_i} \quad (4.4)$$

para $i = 1, 2$. E

$$Q(i)leak = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh_i} \quad (4.5)$$

para $i = 3$.

Todas as variáveis e seus significados, utilizados nas equações 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5 são mostradas nos itens abaixo

- μ = constante de fluxo;
- A = Área do tubo de conexão e transmissão dos tanques;
- g = constante de gravidade;
- max = função que retorna o maior valor entre os parâmetros especificados;

$$\max(x,y) = \begin{cases} x, & \text{se } x > y \\ y, & \text{se } x < y \end{cases}$$

- $sign$ = função que retorna 1, se o resultado for positivo, e 0, se for negativo.

$$sign(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \\ -1, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

4.2 Condições de fluxo

Dependendo do nível de fluido nos tanques, condições deverão ser obedecidas. Em se tratando da relação dos níveis dos tanques com a altura fixa h_v , existirão oito modos de operação do controlador como pode ser visto nas expressões dos itens 1 a 8 abaixo. Cada uma dessas condições possuem equações de fluxo diferentes nos tubos de transmissão, pois o nível de fluido é um estado que varia com o tempo. Então, conseqüentemente o comportamento dessas equações serão diferentes.

Uma característica importante dessas condições é que as equações dos tubos de conexão entre os tanques não mudam, pois a altura do tubo de conexão se localiza na base dos tanques, fazendo com que a variação do nível do líquido não interfira em suas equações. As equações de fluxo da saída nos três tanques também permanecem a mesma durante todo o comportamento.

As equações que permanecerão a mesma são listadas na equação 4.6:

$$\begin{aligned} Q_{13} &= K_{13} \cdot \mu \cdot A \cdot sign(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} \\ Q_{23} &= K_{23} \cdot \mu \cdot A \cdot sign(h_2 - h_3) \sqrt{2g|h_2 - h_3|} \\ Q_{1leak} &= K_1 \cdot \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh_1} \\ Q_{2leak} &= K_2 \cdot \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh_2} \\ Q_{3leak} &= \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh_3} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Agora, serão listadas as equações dos tubos de transmissão que tem seu comportamento diferente para cada condição obtida no sistema. Todas essas condições estão relacionadas com o nível de fluido e a altura h_v .

$$1) h_1 < h_v ; h_2 < h_v ; h_3 < h_v$$

$$Q_{V1} = 0$$

$$Q_{V2} = 0$$

$$2) h_1 < h_v ; h_2 < h_v ; h_3 \geq h_v$$

$$Q_{V1} = K_{v1} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_v - h_3) \cdot \sqrt{2g|h_v - h_3|}$$

$$Q_{V2} = K_{v2} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_v - h_3) \cdot \sqrt{2g|h_v - h_3|}$$

$$3) h_1 < h_v ; h_2 \geq h_v ; h_3 < h_v$$

$$Q_{V1} = 0$$

$$Q_{V2} = K_{v1} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_2 - h_v) \cdot \sqrt{2g|h_2 - h_v|}$$

$$4) h_1 < h_v ; h_2 \geq h_v ; h_3 \geq h_v$$

$$Q_{V1} = K_{v1} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_v - h_3) \cdot \sqrt{2g|h_v - h_3|}$$

$$Q_{V2} = K_{v2} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_2 - h_3) \cdot \sqrt{2g|h_2 - h_3|}$$

$$5) h_1 \geq h_v ; h_2 < h_v ; h_3 < h_v$$

$$Q_{V1} = K_{v1} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_1 - h_v) \cdot \sqrt{2g|h_1 - h_v|}$$

$$Q_{V2} = 0$$

$$6) h_1 \geq h_v ; h_2 < h_v ; h_3 \geq h_v$$

$$Q_{V1} = K_{v1} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_1 - h_3) \cdot \sqrt{2g|h_1 - h_3|}$$

$$Q_{V2} = K_{v2} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_v - h_3) \cdot \sqrt{2g|h_v - h_3|}$$

$$7) h_1 \geq h_v ; h_2 \geq h_v ; h_3 < h_v$$

$$Q_{V1} = K_{v1} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_1 - h_v) \cdot \sqrt{2g|h_1 - h_v|}$$

$$Q_{V2} = K_{v2} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_2 - h_v) \cdot \sqrt{2g|h_2 - h_v|}$$

$$8) h_1 \geq h_v ; h_2 \geq h_v ; h_3 \geq h_v$$

$$Q_{V1} = K_{v1} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_1 - h_3) \cdot \sqrt{2g|h_1 - h_3|}$$

$$Q_{V2} = K_{v2} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_2 - h_3) \cdot \sqrt{2g|h_2 - h_3|}$$

Devido a utilização da função *max* nas equações de fluxo nos tubos de transmissão, é necessário verificar a relação de nível de fluido dos tanques com a altura h_v . E devido a utilização da função *sign*, é necessário examinar a relação dos níveis de fluido entre os próprios tanques, ou seja, comparar a quantidade de fluido em um tanque com a quantidade de fluido nos outros tanques. Então, para cada item da lista acima existirá

$$2^3 = 8 \text{ condições}$$

Então, em todo o sistema encontram-se

$$8 * 8 = 64 \text{ condições}$$

Para cada uma dessas condições será obtido um ganho. Então, existem 64 ganhos de realimentação no sistema.

4.3 Linearização do modelo

Sabendo-se que o sistema depende do nível de fluido em cada tanque e que a relação entre eles levará a um modo de operação diferente, a linearização terá que ser levado em consideração em cada modo de operação. Assumiu-se como exemplo para a demonstração da linearização a condição onde

$$h_1 < h_v; h_2 < h_v; h_3 < h_v.$$

Substituindo as fórmulas dos fluxos nas equações diferenciais mostradas na equação 4.1, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= -c[K_{13}S_{13}\sqrt{|h_1 - h_3|} + K_1\sqrt{h_1}] + \frac{Q_1}{S} \\ \dot{h}_2 &= -c[K_{23}S_{23}\sqrt{|h_2 - h_3|} + K_2\sqrt{h_2}] + \frac{Q_2}{S} \\ \dot{h}_3 &= c[K_{13}S_{13}\sqrt{|h_1 - h_3|} + K_{23}S_{23}\sqrt{|h_2 - h_3|} - \sqrt{h_3}] \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde: $c = \frac{1}{S} \cdot \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g}$

Para a simplificação e melhor entendimento do modelo, definiram-se algumas siglas que serão mostradas na tabela 4.2.

Sigla	Significado
S_{13}	Refere-se a expressão matemática $sign(h_1 - h_3)$
S_{23}	Refere-se a expressão matemática $sign(h_2 - h_3)$
S_{v3}	Refere-se a expressão matemática $sign(h_v - h_3)$
S_{1v}	Refere-se a expressão matemática $sign(h_1 - h_v)$
S_{2v}	Refere-se a expressão matemática $sign(h_2 - h_v)$

Tabela 4.2: Legenda para a simplificação das equações diferenciais do nível de fluido.

Agora, desenvolve-se a linearização do modelo de acordo com a condição especificada. Escolhendo a equação diferencial em 4.7 relacionada ao tanque 1, tem-se

$$\dot{h}_1 = -c[K_{13}S_{13}\sqrt{h_1}(1 - \frac{h_3}{h_1})^{\frac{1}{2}} + K_1\sqrt{h_1}] + \frac{Q_1}{S}$$

Aplicando a expansão da série de Taylor em \dot{h}_1 , encontra-se:

$$\dot{h}_1 = -cK_{13}S_{13}[\sqrt{h_1} - \frac{1}{2}h_3h_1^{-\frac{1}{2}}] - cK_1\sqrt{h_1} + \frac{Q_1}{S}$$

Aplicando a teoria da perturbação na equação, onde $h_i = h_{i0} + \delta h_i$, obtêm-se:

$$\dot{h}_1 = -cK_{13}S_{13}[(h_{10} + \delta h_1)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(h_{30} + \delta h_3)(h_{10} + \delta h_1)^{-\frac{1}{2}}] - cK_1(h_{10} + \delta h_1)^{\frac{1}{2}} + \frac{Q_1}{S}$$

Agora, utilizando a expansão da série de Taylor novamente na equação abaixo

$$\dot{h}_1 = -cK_{13}S_{13}[\sqrt{h_{10}}(1 + \frac{\delta h_1}{h_{10}})^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}h_{30}(1 + \frac{\delta h_3}{h_{30}})(h_{10})^{-\frac{1}{2}}(1 + \frac{\delta h_1}{h_{10}})^{-\frac{1}{2}}] - cK_1h_{10}^{\frac{1}{2}}(1 + \frac{\delta h_1}{h_{10}})^{\frac{1}{2}} + \frac{Q_1}{S}$$

Eliminando as partes que não se relacionam com a função linear do sistema e retirando as partes infinitesimais, encontrou-se:

$$\begin{aligned} \delta \dot{h}_1 = & c[K_{13}S_{13}(-\frac{1}{2\sqrt{h_{10}}(1+\frac{1}{h_{10}})^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{4\sqrt{h_{10}^3}(1+\frac{1}{h_{10}})^{\frac{3}{2}}} - \frac{h_{30}}{4\sqrt{h_{10}^3}(1+\frac{1}{h_{10}})^{\frac{3}{2}}}) + \\ & K_1(-\frac{1}{2\sqrt{h_{10}}(1+\frac{1}{h_{10}})^{\frac{1}{2}}})]h_1 + c[K_{13}S_{13}\frac{1}{2\sqrt{h_{10}}(1+\frac{1}{h_{10}})^{\frac{1}{2}}}]h_3 + \frac{Q_1}{S} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Similarmente, os procedimentos devem ser reproduzidos para os outros estados (\dot{h}_2 e \dot{h}_3).

$$\begin{aligned} \delta \dot{h}_2 = & c[K_{23}S_{23}(-\frac{1}{2\sqrt{h_{20}}(1+\frac{1}{h_{20}})^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{4\sqrt{h_{20}^3}(1+\frac{1}{h_{20}})^{\frac{3}{2}}} - \frac{h_{30}}{4\sqrt{h_{20}^3}(1+\frac{1}{h_{20}})^{\frac{3}{2}}}) + \\ & K_2(-\frac{1}{2\sqrt{h_{20}}(1+\frac{1}{h_{20}})^{\frac{1}{2}}})]h_2 + c[K_{23}S_{23}\frac{1}{2\sqrt{h_{20}}(1+\frac{1}{h_{20}})^{\frac{1}{2}}}]h_3 + \frac{Q_2}{S} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{h}_3 = & c[K_{13}S_{13}\frac{1}{2\sqrt{h_{10}}(1+\frac{1}{h_{10}})^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4\sqrt{h_{10}^3}(1+\frac{1}{h_{10}})^{\frac{3}{2}}} + \frac{h_{30}}{4\sqrt{h_{10}^3}(1+\frac{1}{h_{10}})^{\frac{3}{2}}}]h_1 + \\ & c[K_{23}S_{23}(\frac{1}{2\sqrt{h_{20}}(1+\frac{1}{h_{20}})^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4\sqrt{h_{20}^3}(1+\frac{1}{h_{20}})^{\frac{3}{2}}} + \frac{h_{30}}{4\sqrt{h_{20}^3}(1+\frac{1}{h_{20}})^{\frac{3}{2}}})]h_2 + \\ & c[K_{13}S_{13}(-\frac{1}{2\sqrt{h_{10}}(1+\frac{1}{h_{10}})^{\frac{1}{2}}}) + K_{23}S_{23}(-\frac{1}{2\sqrt{h_{20}}(1+\frac{1}{h_{20}})^{\frac{1}{2}}}) - (\frac{1}{2\sqrt{h_{30}}(1+\frac{1}{h_{30}})^{\frac{1}{2}}})]h_3 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Após encontrar as equações diferenciais de cada estado, é necessário representá-los pelo seguinte espaço de estados 4.11.

$$\begin{aligned} \delta \dot{x}(t) &= A\delta x(t) + Bu(t) \\ \delta y(t) &= C\delta x(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde **A** é a matriz linear correspondente aos conjunto \mathbb{R}^n dos estados;

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} \\ 0 & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

B é a matriz linear correspondente ao conjunto \mathbb{R}^m das entradas

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e C é a matriz linear correspondente ao conjunto \mathbb{R}^p das saídas.

$$C = \left[0 \quad 0 \quad \left(\frac{1}{2\sqrt{h_{30}}(1+\frac{1}{h_{30}})^{\frac{1}{2}}} \right) \right]$$

O processo de linearização feito anteriormente foi realizado para todas as oito condições listadas na subseção 4.2 e assim obteve-se o comportamento dinâmico linear total do sistema, possibilitando o desenvolvimento do sistema de controle e análise de seus resultados.

4.3.1 Regiões de linearização

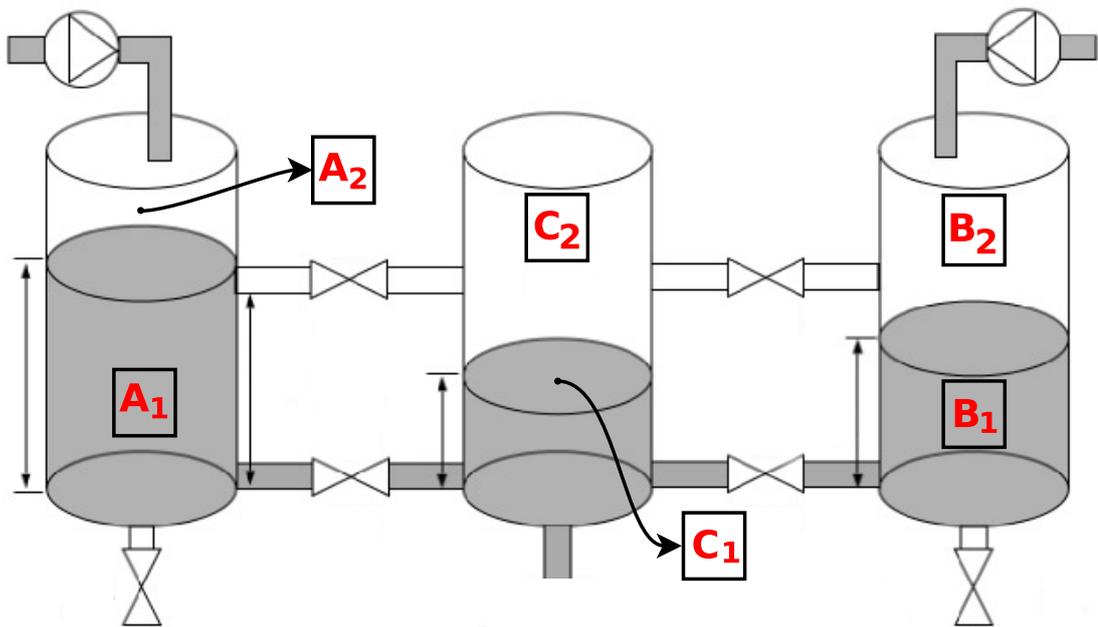


Figura 4.2: Regiões de linearização do sistema.

Devido aos vários pontos de operação utilizados no sistema, definiram-se as regiões

onde cada um desses pontos atuará com o melhor desempenho. Como o sistema é constituído de três tanques, então, o conjunto utilizado possui três pontos de operação. Um exemplo disso é verificado na equação 4.12.

Para

$$\begin{aligned} h_1 < h_v; h_2 < h_v; h_3 < h_v \\ \mathbb{U} = \{A_1, B_1, C_1\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Sabendo disso, definiram-se os conjuntos de operação para cada condição do sistema, apresentados na seção 4.2.

a) $h_1 < h_v; h_2 < h_v; h_3 \geq h_v$

$$\mathbb{U} = \{A_1, B_1, C_2\}$$

b) $h_1 < h_v; h_2 \geq h_v; h_3 < h_v$

$$\mathbb{U} = \{A_1, B_2, C_1\}$$

c) $h_1 < h_v; h_2 \geq h_v; h_3 \geq h_v$

$$\mathbb{U} = \{A_1, B_2, C_2\}$$

d) $h_1 \geq h_v; h_2 < h_v; h_3 < h_v$

$$\mathbb{U} = \{A_2, B_1, C_1\}$$

e) $h_1 \geq h_v; h_2 < h_v; h_3 \geq h_v$

$$\mathbb{U} = \{A_2, B_1, C_2\}$$

f) $h_1 \geq h_v; h_2 \geq h_v; h_3 < h_v$

$$\mathbb{U} = \{A_2, B_2, C_1\}$$

g) $h_1 \geq h_v; h_2 \geq h_v; h_3 \geq h_v$

$$\mathbb{U} = \{A_2, B_2, C_2\}$$

Os valores dos pontos de operação escolhidos são mostrados na tabela 4.3.

Ponto de operação	Valor
$A_1 = B_1 = C_1$	$\frac{h_v}{2}$
$A_2 = B_2 = C_2$	$\frac{h_v + h_{max}}{2}$

Tabela 4.3: Valores dos pontos de operação.

4.4 Cenário utilizado no modelo

As equações obtidas no processo de modelagem e linearização do sistema são aplicadas em todos os cenários possíveis. Embora o sistema possa ser empregado em vários cenários, proporcionando assim diversas configurações de controle, escolheu-se somente um cenário para análise do comportamento dinâmico, apresentado na figura 4.3.

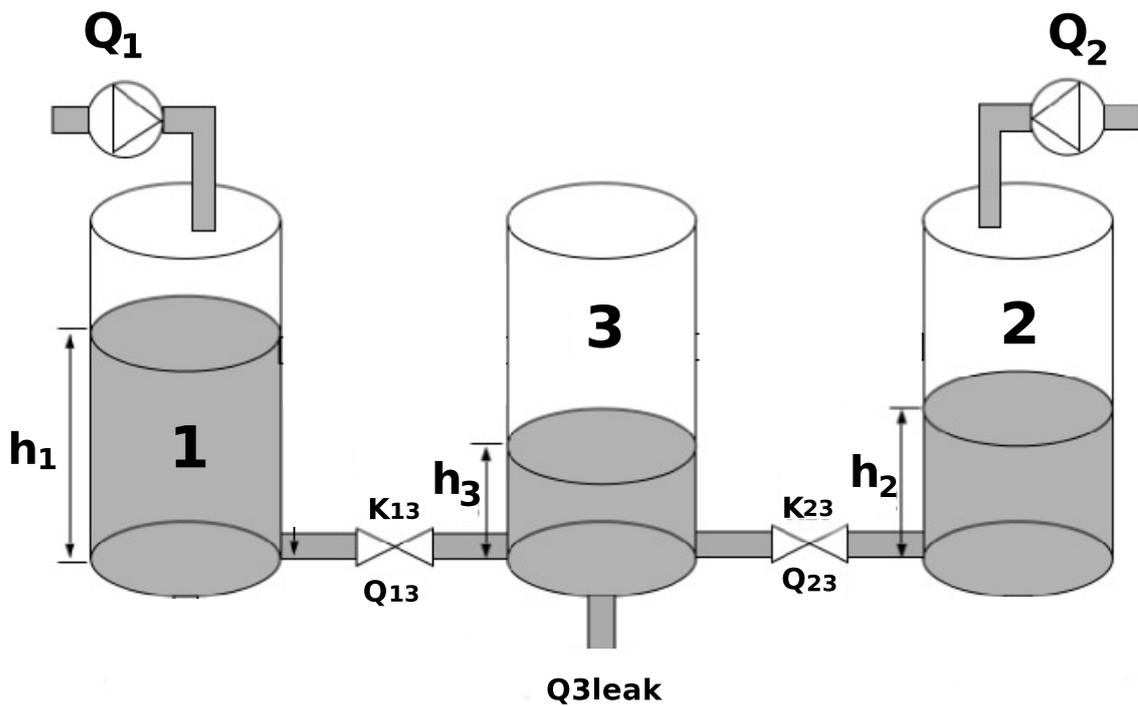


Figura 4.3: Cenário utilizado no sistema.

O cenário utilizado no sistema é fundamentado somente na abertura das válvulas dos tubos de conexão (K_{13} e K_{23}) e na vazão de saída do tanque central (T_3). Então, consequen-

temente, as válvulas pertencentes aos tubos de transmissão e as vazões de saída dos tanques localizados nas extremidades (T_1 e T_2) estarão fechadas. As duas bombas continuam fornecendo o fluxo contínuo de fluido e as servo-válvulas continuam atuando sobre este fluxo de entrada fornecido pela bomba.

As equações utilizadas no cenário escolhido são apresentadas em 4.13

$$\begin{aligned}Q_{13} &= K_{13} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} \\Q_{23} &= K_{23} \cdot \mu \cdot A \cdot \text{sign}(h_2 - h_3) \sqrt{2g|h_2 - h_3|} \\Q_{3leak} &= \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh_3}\end{aligned}\tag{4.13}$$

Capítulo 5

Projeto de controladores

Para alcançar o objetivo de desenvolver um sistema de controle multivariável é necessário projetar os controladores do sistema. Então, neste capítulo serão abordadas as estratégias de controle utilizadas e suas respectivas especificações. A arquitetura dos controladores é representado na figura 5.1.

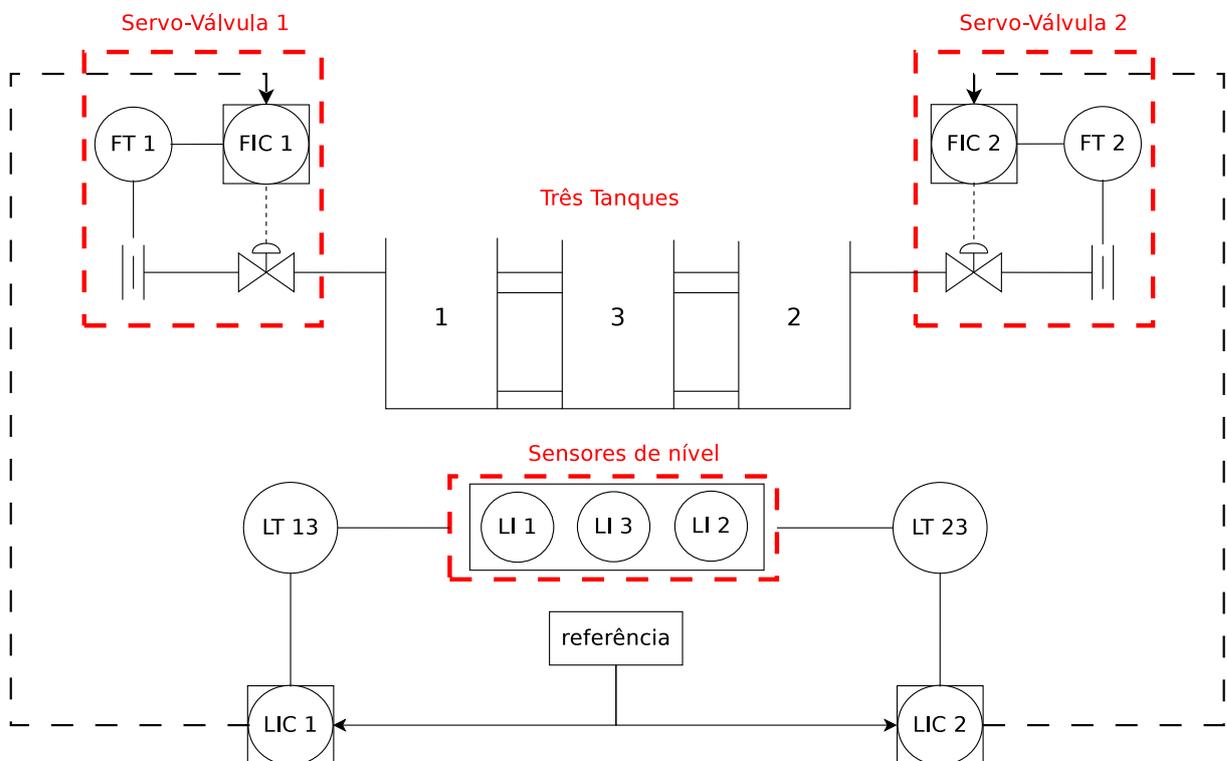


Figura 5.1: Arquitetura de controle do sistema.

5.1 Controle Gain-Scheduling

Considerando a equação 5.1 sendo a equação que descreve a planta do projeto proposto em relação as entradas, estados e saídas

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}x\end{aligned}\quad (5.1)$$

e tendo a lei de controle do sistema representada pela equação 5.2 e figura 5.2.

$$u = Nr - \mathbf{K}x \quad (5.2)$$

onde \mathbf{K} é uma matriz $m \times n$ constante e r é a referência desejada do sinal.

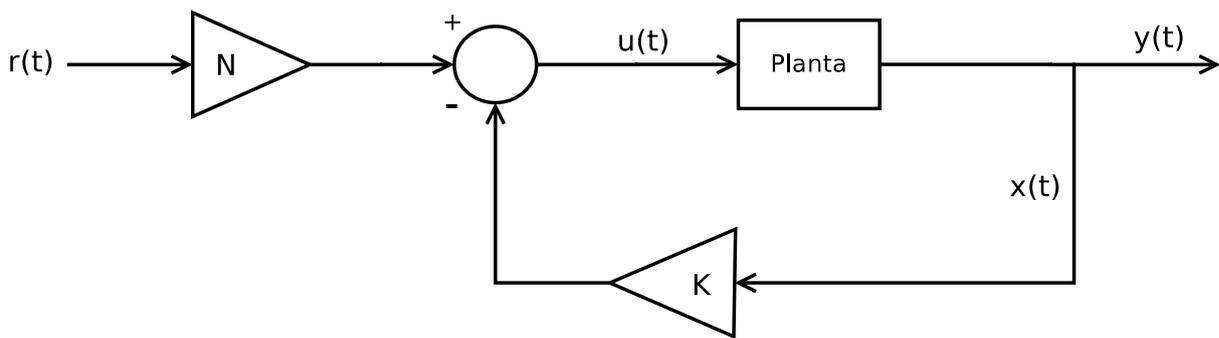


Figura 5.2: Lei de controle do sistema.

Substituindo (5.2) na (5.1), obtêm-se:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (\mathbf{A} - \mathbf{BK})x + \mathbf{B}rN \\ y &= \mathbf{C}x\end{aligned}\quad (5.3)$$

Para o desenvolvimento do controlador, a equação 5.3 precisa respeitar algumas condições de controlabilidade. Estas condições estão representadas pelas definições 5.1 e 5.2.

Definição 5.1 O par $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$, para qualquer $m \times n$ matriz \mathbf{K} , é controlável se e somente se o par (\mathbf{A}, \mathbf{B}) for controlável.

Sabendo que estas equações representam sistemas de malha fechada é necessária a obtenção dos autovalores da planta. Então para isso, respeitou-se a definição 5.2.

Definição 5.2 *Todos os autovalores de $(A - BK)$ podem ser atribuídos arbitrariamente por meio da escolha de uma constante real K , se e somente se o par (A, B) for controlável.*

Dito isto, é necessário que se encontre este ganho K . Então, utilizou-se o método da equação de Lyapunov, que tem como objetivo obter o ganho de realimentação através do seguimento de alguns passos. A matriz $(A - BK)$ não pode conter autovalores pertencentes aos autovalores de A .

Os procedimentos para a obtenção do ganho de realimentação são listados abaixo:

- a) Selecionar uma $n \times n$ matriz F que contém os autovalores desejados do sistema e também não possua autovalores de A .
- b) Selecionar uma $m \times n$ matriz P , tal que o par (F, P) seja observável.
- c) Encontrar a matriz T , que soluciona a equação de Lyapunov representada por $AT - TF = BP$.
- d) Se T é uma matriz não singular, então encontra-se o ganho de realimentação $K = PT^{-1}$, onde $(A - BK)$ possui os autovalores desejados.

Caso T seja uma matriz singular, deve-se encontrar uma nova matriz P e então repetir os procedimentos acima.

5.1.1 Desenvolvimento do controlador

Utilizando os procedimentos do método de Lyapunov e por meio de algoritmos desenvolvidos, obteve-se os ganhos de realimentação do sistema. Devido a seção 4.2, 64 ganhos de realimentação devem ser obtidos, um para cada condição do sistema.

O desenvolvimento do controlador foi construído em pares, ou seja, transformou-se um sistema de duas entradas e uma saída em dois sistemas de uma entrada e uma saída. Cada par utilizado é constituído de dois tanques, sendo que o tanque central (T_3) é comum aos dois pares. Estes pares são melhores abordados nas subseções 5.1.1.1 e 5.1.1.2.

De acordo com a figura 5.3, percebe-se que existem duas malhas de sinal de controle, uma para o par correspondente aos tanques 1 e 3 (T_{13}) e o outro par correspondente aos tanques 2 e 3 (T_{23}).

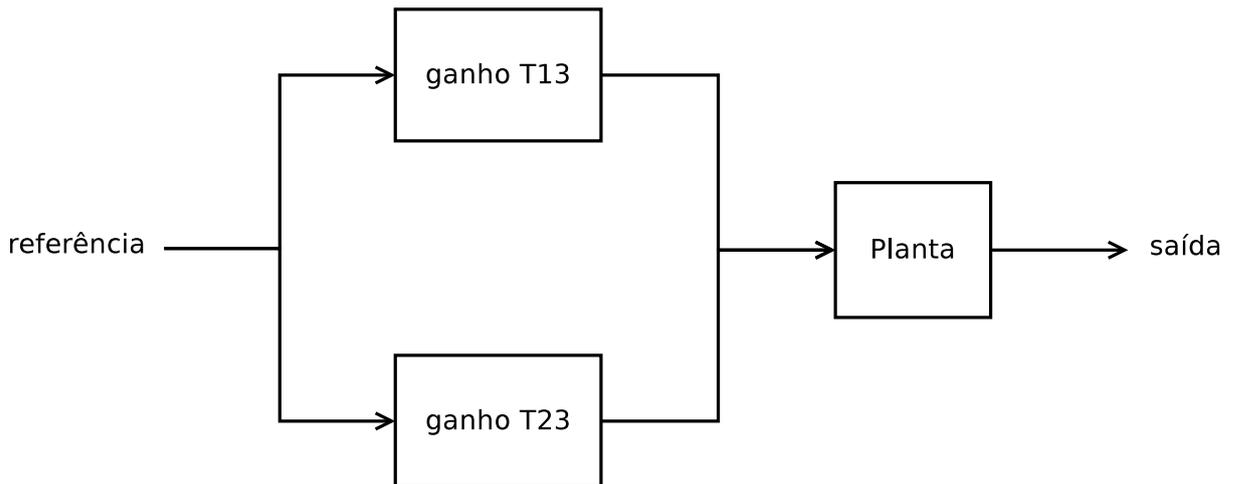


Figura 5.3: Modelo de utilização dos multiloops.

Esta abordagem de malhas de controle, *multiloops*, é fundamental para o sistema proposto pois diminui significativamente o número de condições do modelo. Devido a utilização de pares, apenas 16 condições serão obtidas, sendo 8 para cada par. Isso acontece pelo motivo de estarem sendo comparados apenas os níveis de fluido de dois tanques e não três.

5.1.1.1 Tanques 1 e 3

O cenário utilizado na obtenção do ganho relacionado aos tanques 1 e 3 é mostrado na figura 5.4, onde as únicas válvulas abertas estão dentro do escopo, ou seja, as válvulas (K_{v2} , K_{23} e K_2) estão fechadas.

No algoritmo utilizado, o valor das válvulas estão representadas abaixo, respeitando o cenário utilizado no projeto proposto e apresentado na seção 4.4.

$$K_{13} = 1 ; K_{23} = 0 ; K_{v1} = 0 ; K_{v2} = 0 ; K_1 = 0 ; K_2 = 0$$

Utilizando os dois tanques mostrados no escopo da figura 5.4, o número de condições relacionando o nível de fluido e a altura h_v é

$$2^2 = 4 \text{ condições}$$

e relacionando o nível de fluido entre os tanques, encontra-se um total de

$$4 * 2 = 8 \text{ condições}$$

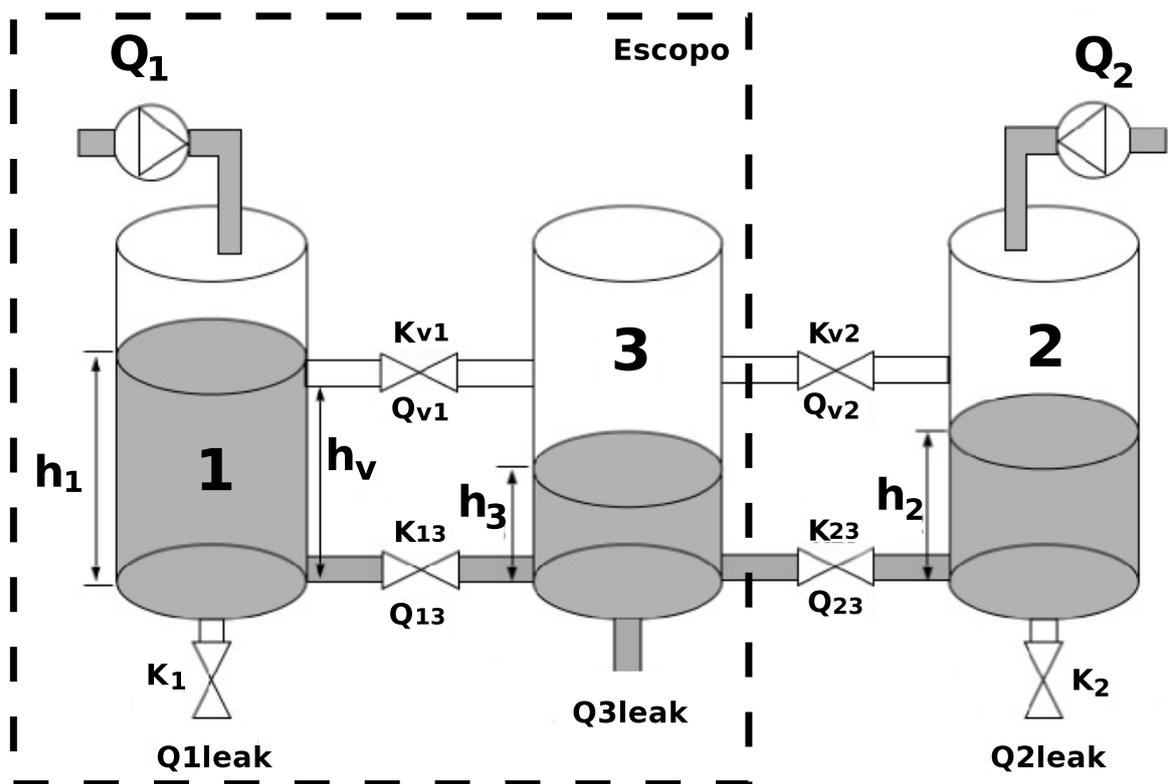


Figura 5.4: Utilização do par de tanques 1 e 3.

5.1.1.2 Tanques 2 e 3

Para os tanques 2 e 3, o cenário utilizado é apresentado na figura 5.5 e também possui o seu comportamento limitado pelo escopo. O valor das válvulas nesta abordagem é representado abaixo

$$K_{13} = 0 ; K_{23} = 1 ; K_{v1} = 0 ; K_{v2} = 0 ; K_1 = 0 ; K_2 = 0$$

Este par também possui um total de 8 condições. Então o sistema possui um total de 16 condições. Aplicando os procedimentos do método de Lyapunov, mostrados na seção 5.1, encontram-se todos estes possíveis ganhos de realimentação do sistema.

5.2 Controle PID

A figura 5.6 mostra o controle PID de um sistema.

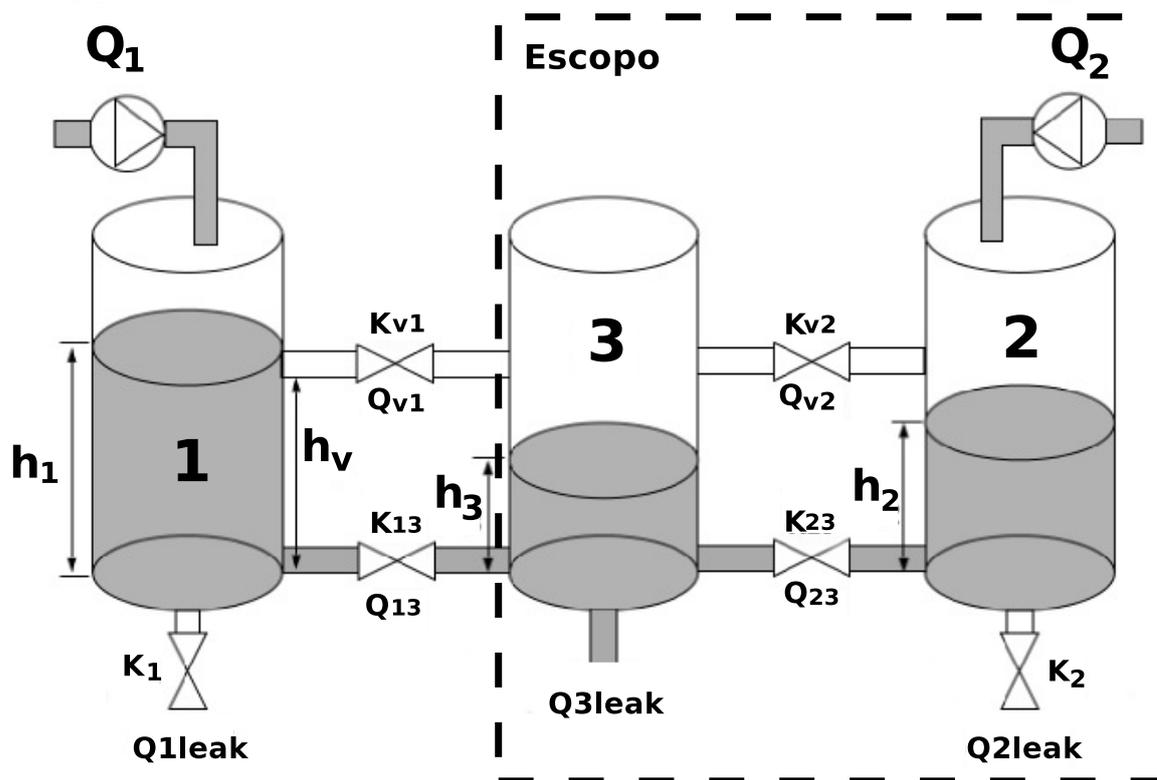


Figura 5.5: Utilização do par de tanques 2 e 3.

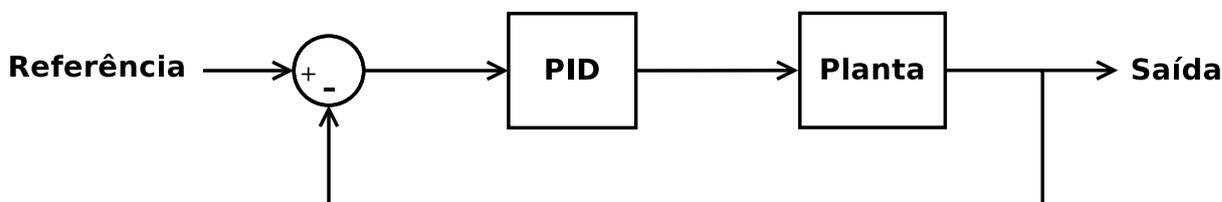


Figura 5.6: Controlador PID.

5.2.1 Sintonização do controlador

Na seção 2.7 discutiu-se as configurações básicas do controle PID, além da atuação de cada ação de controle no comportamento do sistema. Nesta subseção serão apresentadas as regras de sintonia dos controladores PID. A utilização destas regras de sintonia tem tornado possível o ajuste suave e preciso dos controladores proporcionais-integrais-derivativos no ambiente de uso.

Quando se tem um modelo matemático é possível utilizar diversas técnicas de determinação de parâmetros que correspondem às especificações de regime transitório e estacionário.

Entretanto, quando o modelo matemático é difícil de ser obtido, dificultando a análise em busca dos parâmetros, utiliza-se uma técnica de sintonia empírica dos controladores [13].

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$3L$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Tabela 5.1: Regra de sintonia de Ziegler-Nichols.

A sintonia do controlador proposta por Ziegler e Nichols, utilizada no projeto proposto, baseia-se na resposta experimental do sistema a uma excitação em degrau, conforme apresentada na figura 5.7. A partir da resposta transitória do sistema, determina-se os valores de ganho proporcional K_p , tempo integral T_i e tempo derivativo T_d por meio da regra de sintonização mostrada na tabela 5.1. A resposta do sistema pode ser vista na figura 5.8 e se assemelha a uma curva em forma de S.

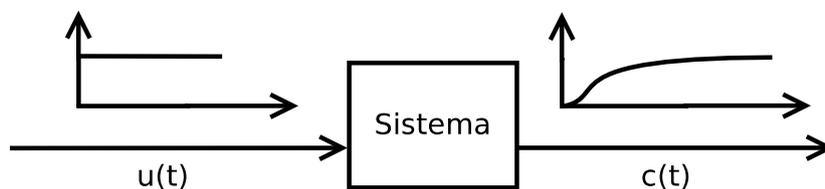


Figura 5.7: Curva de um sistema a uma excitação em degrau.

Esta curva em S é caracterizado por duas constantes, o tempo de retardo L e a constante de tempo T . E para encontrar o valor dessas constantes, traça-se uma reta tangente à curva em S no ponto de inflexão.

A resposta em forma de S obtida na experimentação do sistema, servo-válvula, a uma excitação em degrau é apresentada na figura 5.9. A linha em azul se refere ao ângulo de abertura da servo-válvula e a linha em laranja se refere ao fluxo de fluido escoando pelo mesmo. A partir desta resposta, é obtida as constantes da sintonização de Ziegler e Nichols apresentadas na tabela 5.2.

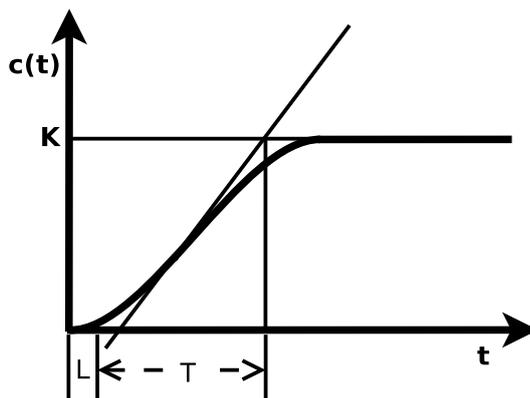


Figura 5.8: Curva de resposta em forma de S.

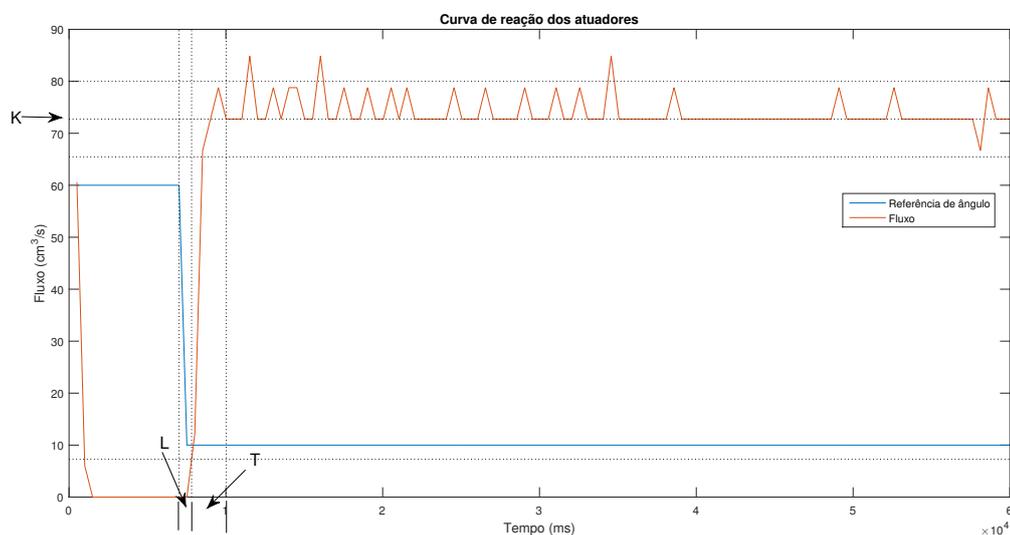


Figura 5.9: Resposta do sistema experimentalizado da servo-válvula.

Constantes	L	T
Valor	0.8	2.21

Tabela 5.2: Constantes da sintonização.

Percebe-se que o sistema possui relação inversamente proporcional, ou seja, quanto menor o ângulo de abertura maior será o fluxo de escoamento. Também é possível visualizar a curva em forma de S, obtida na experimentação da servo-válvula, proporcionando assim a utilização da sintonização apresentada. O resultado dos valores obtidos da sintonização de Ziegler e Nichols e utilizados como parâmetros no controle PID dos atuadores é mostrado na tabela 5.3.

Constantes de ganho	K_p	T_i	T_d
Valor	0.03	0.08	0.02

Tabela 5.3: Resultados da sintonização.

5.3 Controle em cascata

Conforme visto na seção 2.9.1, é conhecido que as malhas de controle do sistema estão associadas entre si e que a saída do controlador primário é utilizada como referencial para o controlador secundário. Então, o sistema possui como controlador primário o controle de realimentação de estados cujos ganhos são obtidos pelo método de Lyapunov. E o controlador secundário refere-se ao controle PID da servo-válvula, cujos ganhos são obtidos pela sintonização de Ziegler e Nichols.

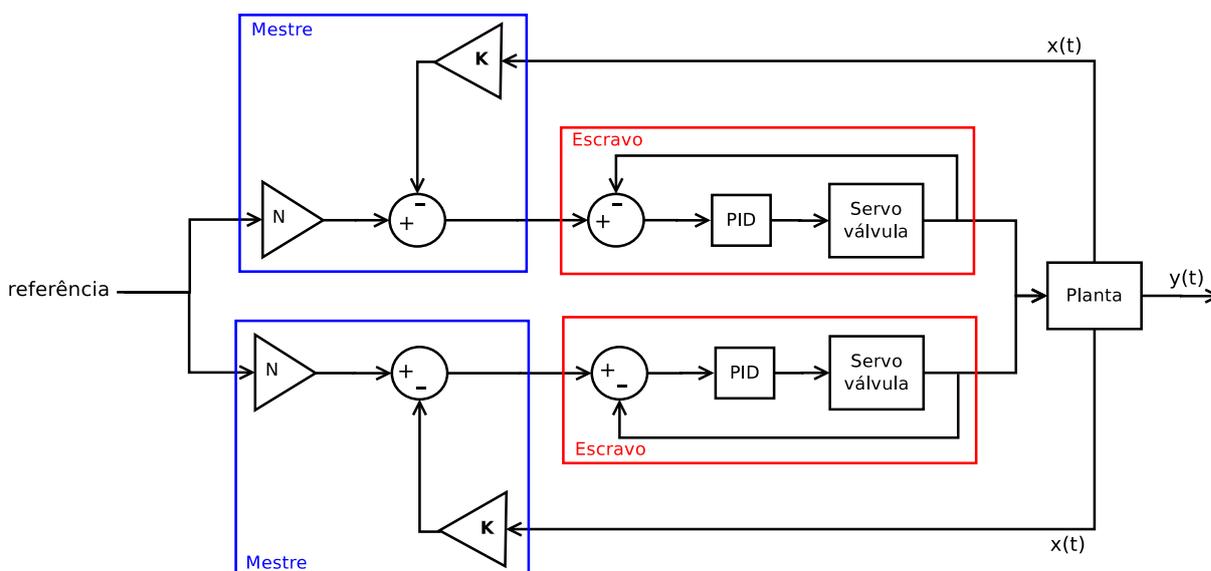


Figura 5.10: Representação do sistema de controle em cascata com abordagem multiloop.

De acordo com a figura 5.10, percebe-se que o sistema em cascata está atuando em conjunto com as duas malhas de controle especificada pelas cores azul e vermelha. Devido a essas malhas de controle o sistema possui dois controladores primários (*escopos azuis*) e dois controladores secundários (*escopos vermelhos*).

Verifica-se que o sistema obedece as duas características impostas pelo sistema de controle em cascata. Os controladores primários tem sua saída servindo como referência para os controladores secundários. E os controladores estão localizados internamente aos controladores

primários.

5.4 Desenvolvimento do sistema de controle no Simulink

Todas as seções 5.1, 5.2 e 5.3 devem ser desenvolvidas no software simulink para aquisição dos resultados sobre o sistema de controle projetado. Este sistema de controle é executado em tempo real pelo mesmo software com tempo de amostragem de $T = 0.1s$. Então, necessitou-se dos blocos relativos a leitura dos sensores de nível e de fluxo do fluido, além dos blocos relativos aos atuadores. O sistema desenvolvido no simulink é apresentado na figura 5.11.

Percebe-se que o bloco de realimentação, denotado pela plano azul, refere-se ao controlador *mestre*, enquanto que o bloco de controle PID, expresso pelo plano vermelho, refere-se ao controlador *escravo*. Dentro desses planos existem dois blocos devido a abordagem multiloop utilizada no projeto do sistema de controle. Cada bloco relaciona-se com uma malha, descritas na seção 5.1, e se associam com o seu respectivo atuador.

Os blocos do controle PID utilizam como referência as saídas dos blocos de realimentação, obedecendo as características do controle em cascata. A especificação e os detalhes dos blocos contidos neste sistema de controle são apresentados no apêndice B.

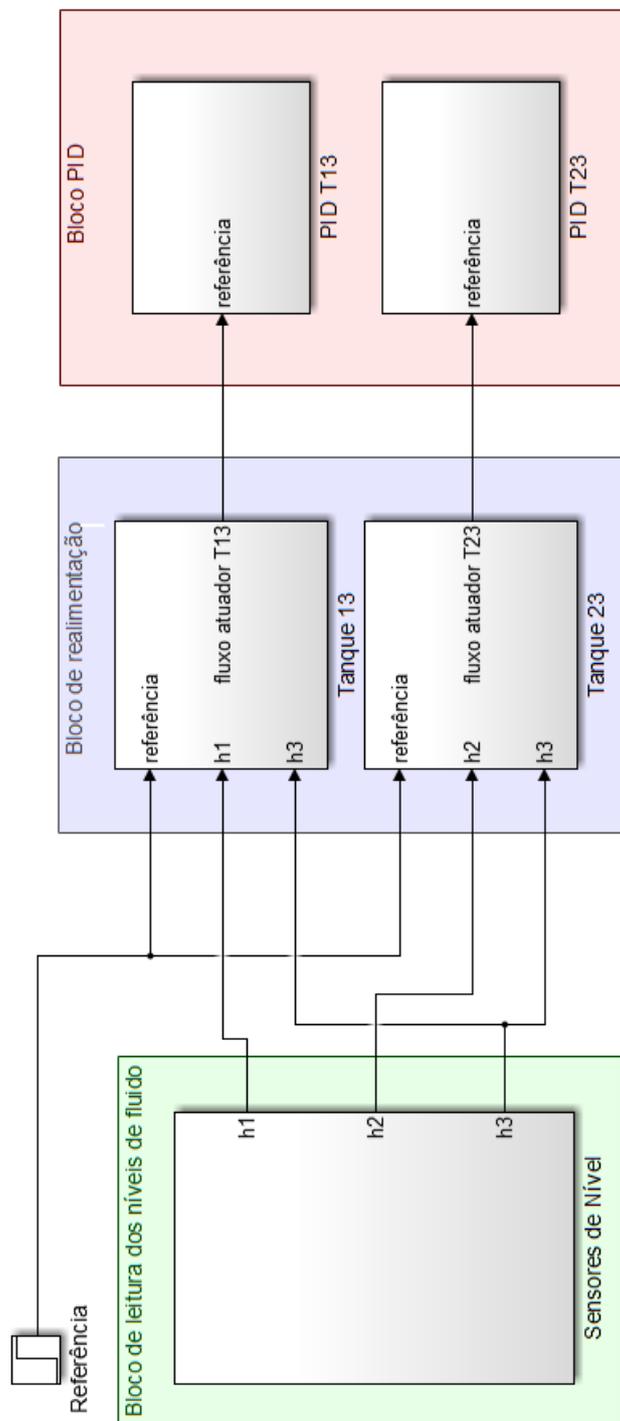


Figura 5.11: Sistema de controle desenvolvido no simulink.

Capítulo 6

Validação dos resultados

Após a modelagem matemática e o desenvolvimento do controlador, é importante verificar se estes proporcionam uma representação adequada do processo. Então, este capítulo tem o intuito de apresentar os resultados de diversos experimentos e analisar se apresentam uma dinâmica correta ou satisfatória do processo.

6.1 Descrição dos experimentos

Nesta seção, são apresentados e descritos os experimentos realizados para a obtenção dos resultados que serão avaliados e validados. Todos os experimentos 6.1.1, 6.1.2 e 6.1.3 são executados na parte simulada e prática do projeto.

6.1.1 Resposta ao degrau

O sistema será excitado por uma entrada pertencente ao domínio do tempo, mais especificamente, estimulado por uma função degrau. Este experimento permite representar, analiticamente, eventos como o de ligar uma fonte de tensão ou de acionar um interruptor no instante $t = 0$ ou em um tempo especificado e também simula uma alteração de setpoint. A função degrau é descrita pela equação 6.1.

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

O comportamento desta função é representado na figura 6.1

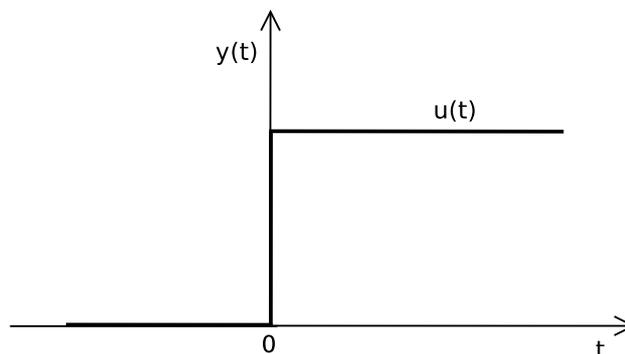


Figura 6.1: Resposta da função degrau.

6.1.2 Resposta ao degrau com mudança de referência

Para este experimento, a função utilizada como entrada também é a função degrau. Entretanto, a referência da entrada pode ser modificada com o tempo, estimulando o sistema e verificando a sua dinâmica para diferentes referências de entrada. Este experimento tem como objetivo analisar como o processo comporta-se em relação as mudanças da entrada e se este ainda continua com o desempenho desejado mesmo que ocorra essa mudança, por exemplo, averiguar se o sistema em malha fechada segue as diferentes referências desejadas. Em malha aberta, é importante para a análise e validação do modelo.

6.1.3 Resposta ao degrau com perturbação

Verificação da resposta do sistema quando perturbado é importante para a análise de desempenho quanto a rejeição desta perturbação. Em malha fechada, é fundamental para o estudo da estabilidade, ou seja, se a perturbação deixa o sistema instável. No presente projeto, esta perturbação simula o acontecimentos de falhas que podem ocorrer no processo, como por exemplo a abertura de válvulas.

6.2 Avaliação dos resultados

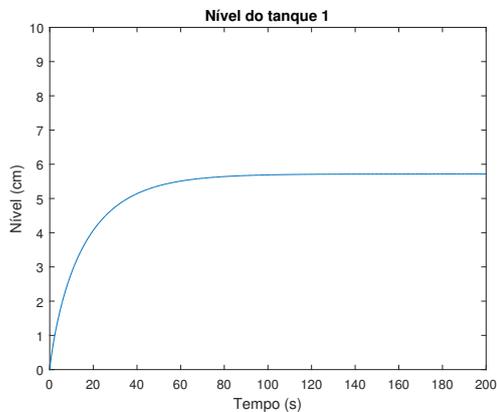
Nesta seção, avaliam-se os resultados dos experimentos descritos na 6.1 para a parte simulada e prática do projeto.

6.2.1 Resultados simulados

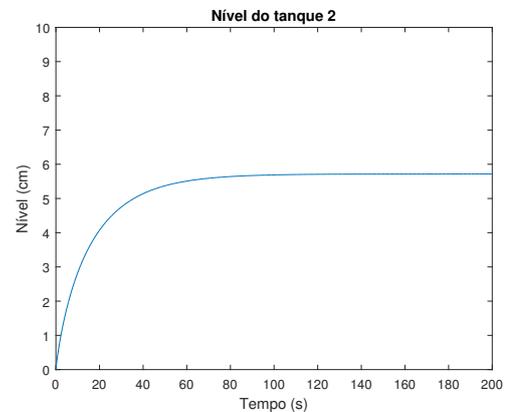
Os resultados simulados obtidos referem-se a aplicação dos experimentos nos modelos não linear, linear e no sistema de controle.

6.2.1.1 Modelo não linear

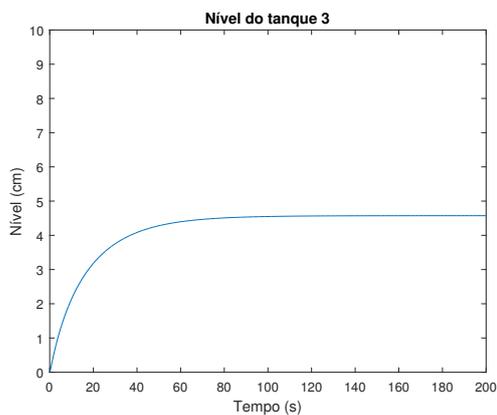
Para a resposta ao degrau do modelo não linear, obteve-se os resultados das dinâmicas dos níveis de fluido e vazão de saída do tanque central apresentadas na figura 6.2. As vazões de entrada do sistema são de $60 \frac{cm^3}{s}$.



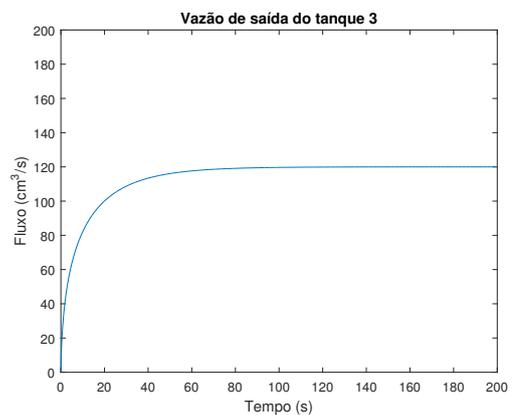
(a) Nível do tanque 1 para resposta ao degrau.



(b) Nível do tanque 2 para resposta ao degrau.



(c) Nível do tanque 3 para resposta ao degrau.



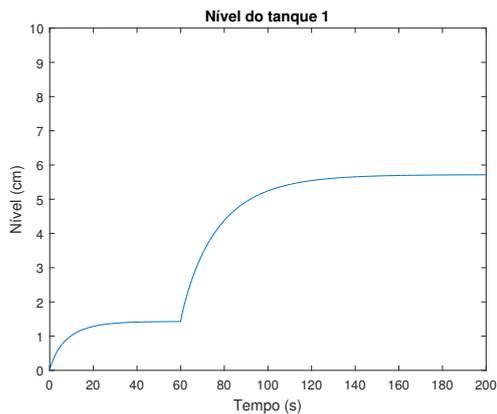
(d) Vazão do tanque central.

Figura 6.2: Resultados do modelo não linear para resposta ao degrau da entrada.

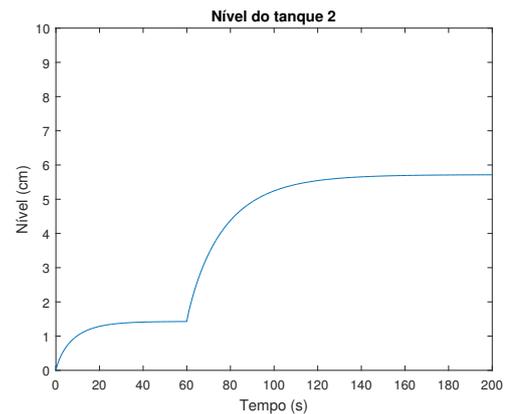
Percebe-se que os resultados de resposta em degrau do modelo não linear apresentam os níveis de fluido dos tanques 1 e 2 nos mesmos valores, enquanto que o nível de fluido do tanque 3 está um pouco menor. Isso acontece devido as vazões de entrada do sistema serem

as mesmas, ocasionando esta equivalência no nível, e devido a saída do sistema localizar-se no tanque central.

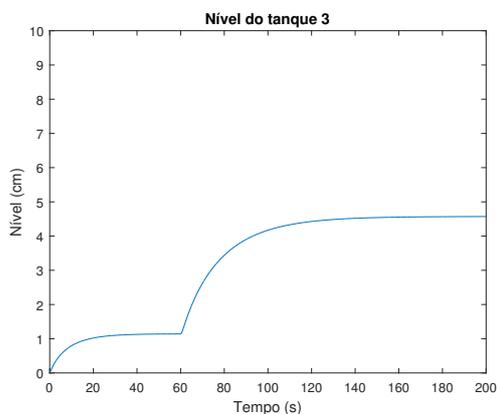
Para a resposta ao degrau com mudança de referência das vazões de entrada de $30 \frac{cm^3}{s}$ para $60 \frac{cm^3}{s}$, obteve-se os resultados dos níveis de fluido dos tanques e da vazão do tanque central, mostradas na figura 6.3.



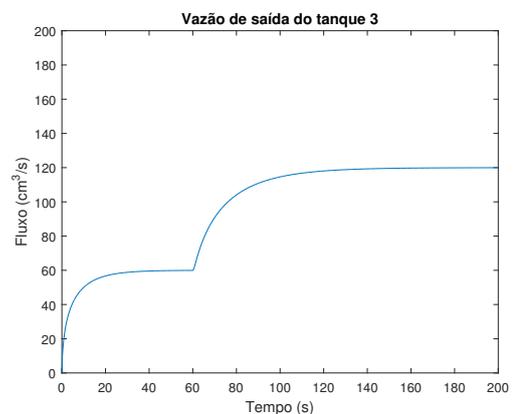
(a) Nível do tanque 1 para mudança de referência.



(b) Nível do tanque 2 para mudança de referência.



(c) Nível do tanque 3 para mudança de referência.



(d) Vazão do tanque central.

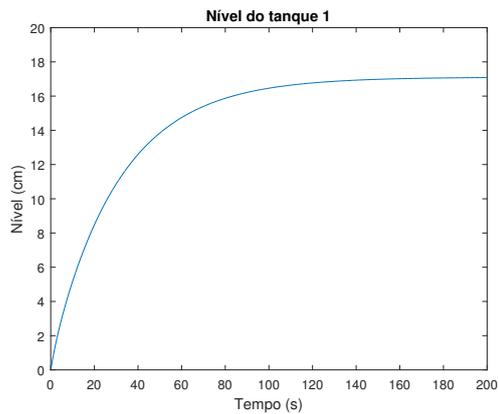
Figura 6.3: Resultados do modelo não linear para mudanças de referência dos vazões de entrada do sistema de $30 \frac{cm^3}{s}$ para $60 \frac{cm^3}{s}$.

A mudança de referência dos resultados do modelo não linear acontece no instante $t = 60s$, ou seja, a partir deste instante, o valor da referência é modificado. Percebe-se que os níveis de fluido aumentam conforme a mudança de referência, isto acontece devido a dinâmica do sistema, onde um maior fluxo requer maior altura do fluido.

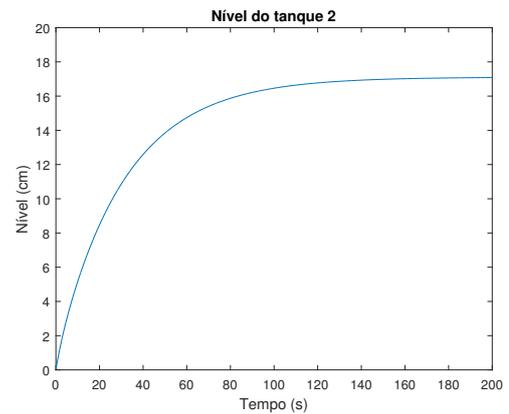
6.2.1.2 Modelo Linear

Após a linearização feita no modelo não linear, conforme seção 4.3, os seus resultados foram obtidos para análise e validação do modelo e consequentemente validação da técnica de linearização utilizada.

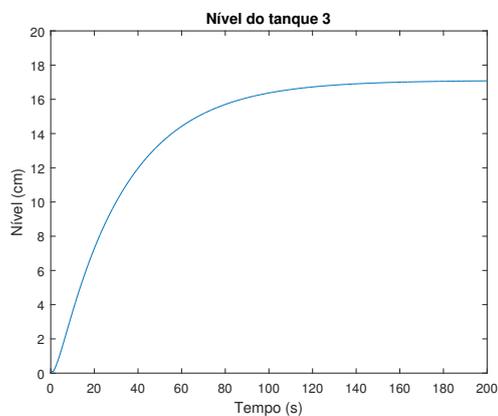
Primeiramente, experimentou-se o modelo linear com resposta ao degrau das vazões de entrada em $60 \frac{cm^3}{s}$. Os resultados são mostrados na figura 6.4.



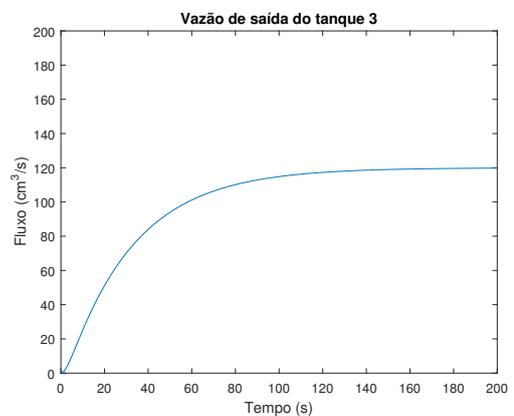
(a) Nível do tanque 1 para uma vazão de entrada de $60 \frac{cm^3}{s}$.



(b) Nível do tanque 2 para uma vazão de entrada de $60 \frac{cm^3}{s}$.



(c) Nível do tanque 3 para uma vazão de entrada de $60 \frac{cm^3}{s}$.

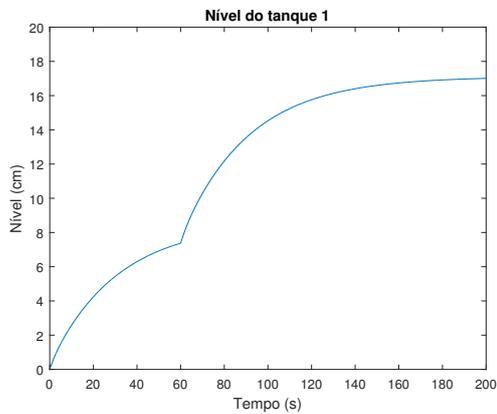


(d) Vazão do tanque 3.

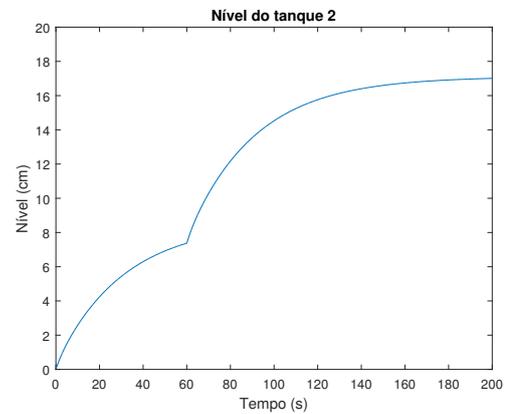
Figura 6.4: Resultados do modelo linear para resposta ao degrau.

Nota-se que os resultados da linearização apresentam uma diferença quando comparada o modelo não linear. Embora tenha essa diferença, o modelo linear tenta se aproximar do modelo não linear por meio dos pontos de operação escolhidos para as regiões de operação, 4.3.1.

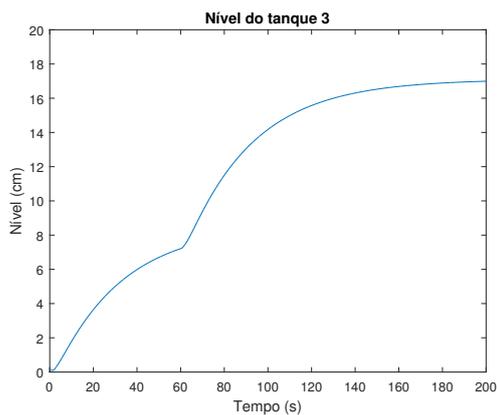
A mudança de referência também é aplicada no modelo linear para a verificação da dinâmica do processo, ou seja, analisar a relação da vazão e nível de fluido. A referência no instante $t = 0s$ é de $30 \frac{cm^3}{s}$, e a partir de $t = 60s$ a referência é modificada para $60 \frac{cm^3}{s}$.



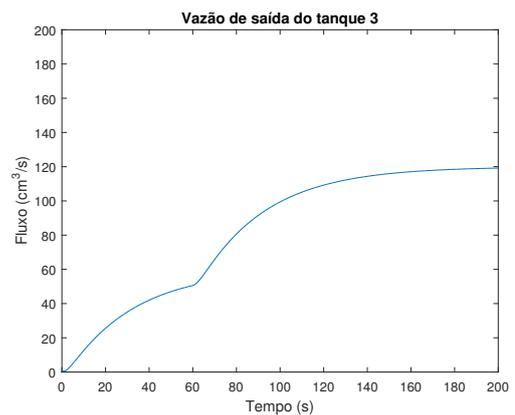
(a) Nível do tanque 1 para resposta ao degrau.



(b) Nível do tanque 2 para resposta ao degrau.



(c) Nível do tanque 3 para resposta ao degrau.



(d) Vazão do tanque 3.

Figura 6.5: Resultados do modelo linear para mudança de referência.

A dinâmica do processo é obedecida, pois quanto maior o nível dos tanques maior é a vazão de saída no tanque 3. Para a mudança de referência das vazões de entrada do sistema, embora apresentando diferença nos valores, a dinâmica aproxima-se do modelo não linear.

6.2.1.3 Sistema de controle

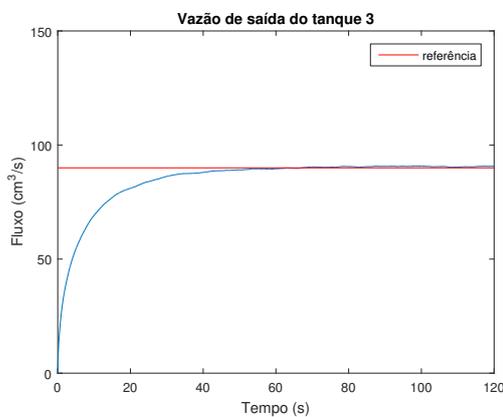
Os resultados simulados obtidos para análise do sistema de controle desenvolvido referem-se aos parâmetros de vazão de saída no tanque 3, que é a saída do sistema, e os sinais de controle das malhas de realimentação ou malhas primárias do controlador *mestre*. Não são examinados resultados simulados do controle PID, pois os atuadores são analisados de forma empírica no

Parâmetro	T_s	ζ	e_{ss}
Valor	35s	0.707	0

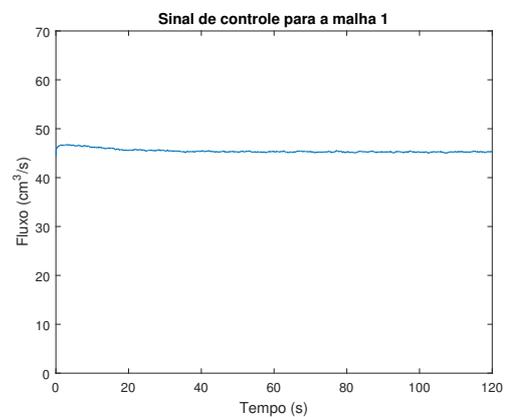
Tabela 6.1: Tabela de especificações do sistema de controle

projeto, ou seja, não possui modelagem matemática. As especificações do sistema de controle a serem atendidas são apresentadas na tabela 6.1.

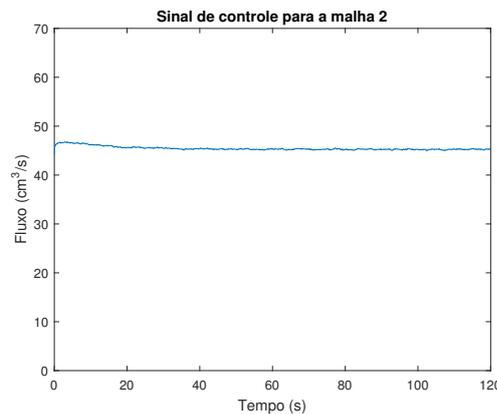
Os resultados da figura 6.6 estão relacionados a resposta ao degrau do sistema em malha fechada para uma referência de $90 \frac{cm^3}{s}$.



(a) Saída do sistema.



(b) Sinal de controle da malha de realimentação relacionado ao atuador 1.



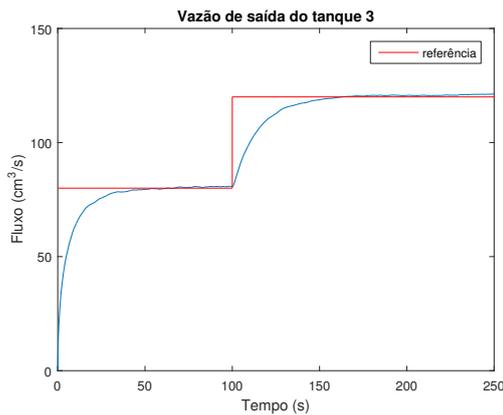
(c) Sinal de controle da malha de realimentação relacionado ao atuador 2.

Figura 6.6: Resultados do controlador para resposta ao degrau.

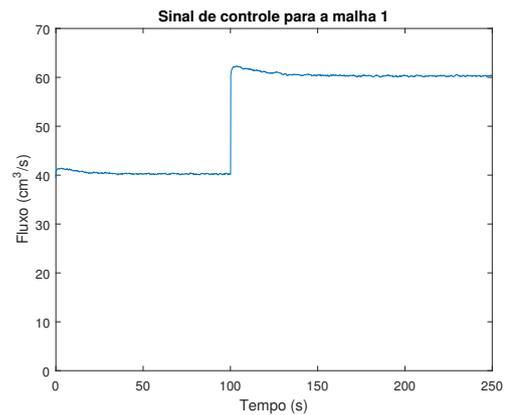
Percebe-se que o comportamento do sistema entra em regime permanente na referência especificada, ou seja, obedece ao conceito de rastreamento de referência com erro zero considerado como um dos objetivos do projeto. O sistema também obedece ao tempo de acomodação

especificado nos algoritmos de obtenção dos ganhos de realimentação, $T_s = 35s$.

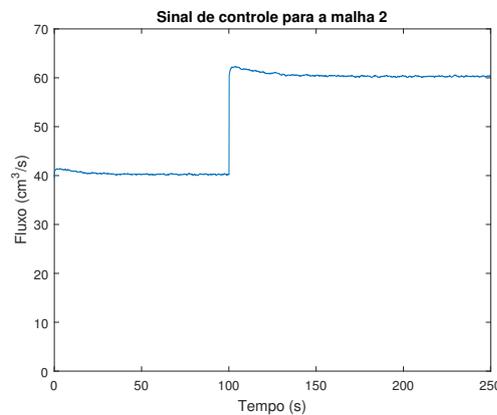
Para o sistema em malha fechada, também aplicou-se a resposta ao degrau com mudança de referência. Então, de acordo com os resultados da figura 6.6, espera-se que as diferentes referências sejam rastreadas pela saída do sistema. No instante $t = 0s$, a referência desejada é de $80 \frac{cm^3}{s}$, e a partir de $t = 100s$, a referência é modificada para $120 \frac{cm^3}{s}$.



(a) Saída do sistema.



(b) Sinal de controle da malha de realimentação relacionado ao atuador 1.



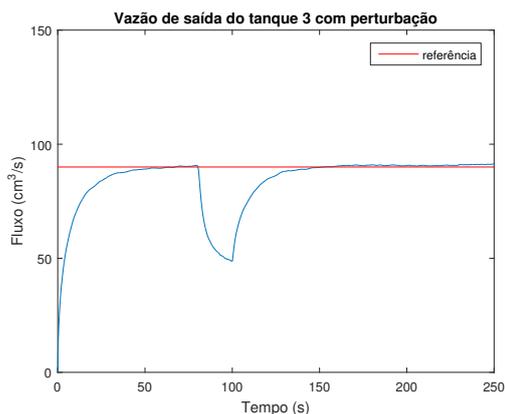
(c) Sinal de controle da malha de realimentação relacionado ao atuador 2.

Figura 6.7: Resultados do controlador para mudança de referência.

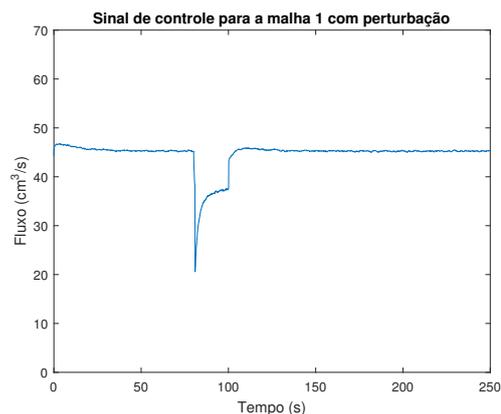
Os resultados obtidos na figura 6.7 mostram que a mudança de referência não causa nenhum problema para a dinâmica do sistema, tal como a instabilidade. Constata-se que o controlador obedece de forma satisfatória ao tempo de acomodação estipulado e rastreia com erro zero as diferentes referências.

Agora, aplica-se o último experimento para a simulação que se refere a análise da dinâmica do sistema quando perturbado por uma falha. A falha utilizada como parâmetro para o

experimento aborda a válvula de saída do tanque 1 (k_1) que no cenário proposto 4.4, esta permanece fechada. No instante $t = 80s$, a válvula k_1 é aberta e permanece assim por 20 segundos, até que no instante $t = 100s$, esta é fechada. Os resultados deste experimento 6.8 tratam-se do comportamento da saída do sistema, dos sinais de controle das malhas de realimentação 1 e 2, e comportamento da falha relacionada ao fluxo Q_{1leak} .



(a) Saída do sistema para falha ocorrida na válvula k_1 .



(b) Sinal de controle da malha de realimentação relacionado ao atuador 1 para falha na válvula k_1 .



(c) Sinal de controle da malha de realimentação relacionado ao atuador 2 para falha na válvula k_1 .



(d) Saída do tanque 1 para falha ocorrida na válvula k_1 .

Figura 6.8: Resultados do controlador para perturbação.

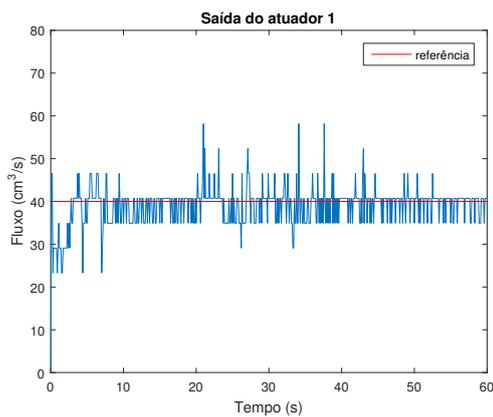
É notável que a perturbação interfere no comportamento do sistema, mas também é perceptível que o sistema de controle consegue corrigir esta perturbação pois a referência desejada ainda é rastreada pelo processo, respeitando o tempo de acomodação estipulado. O resultado apresentado no gráfico 6.8d possibilita a verificação do comportamento da falha no tempo em que esta esteve atuando.

6.2.2 Resultados práticos

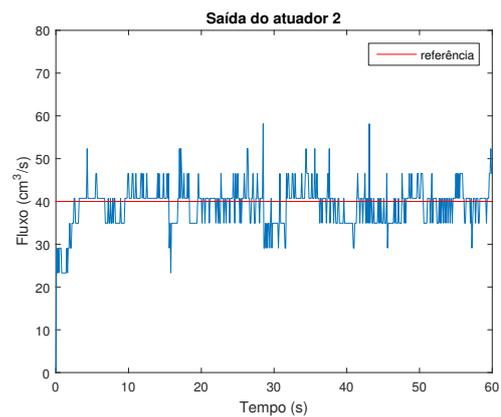
Os resultados práticos referem-se a execução dos experimentos de resposta ao degrau e mudança de referência para o controlador PID dos atuadores, além do experimento da resposta ao degrau para o sistema de controle em cascata, ou seja, utilizando os controladores *mestre* e *escravo*.

6.2.2.1 Controle PID dos atuadores

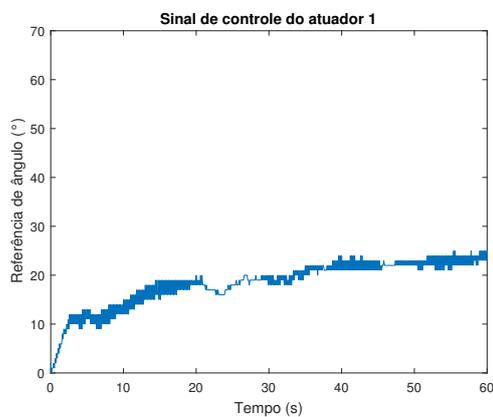
Para o experimento de resposta ao degrau do controle PID dos atuadores, obteve-se os resultados apresentados na figura 6.9. Estes resultados referem-se aos fluxos de saída dos dois atuadores e as referências de ângulo exercida por cada servo-válvula. A referência utilizada no experimento é de $40 \frac{cm^3}{s}$ e o tempo de amostragem do sistema é de $T = 0.1s$.



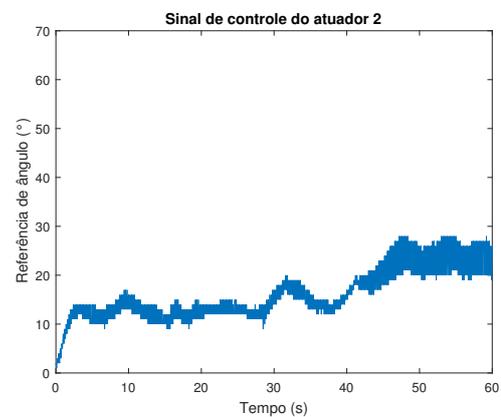
(a) Saída do sistema para o atuador 1 para resposta ao degrau.



(b) Saída do sistema para o atuador 2 para resposta ao degrau.



(c) Sinal de controle do atuador 1 para resposta ao degrau.

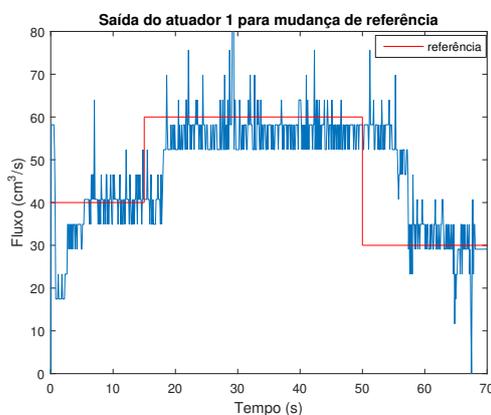


(d) Sinal de controle do atuador 2 para resposta ao degrau.

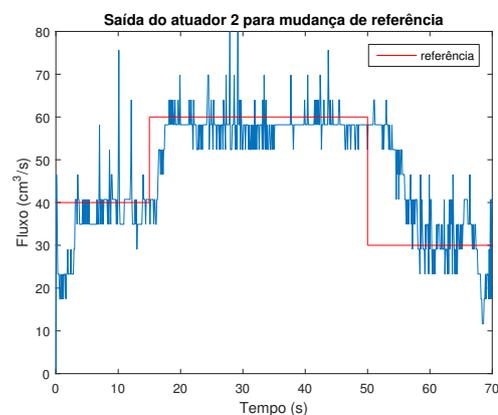
Figura 6.9: Resultados do controlador PID para resposta ao degrau.

Nota-se que o controlador PID atendeu ao objetivo de rastreamento de referência mesmo com os ruídos e erros de medição do sensor de fluxo. Então, os parâmetros escolhidos para a sintonização do controlador, mostrados na seção 5.2.1, apresentaram um resultado satisfatório.

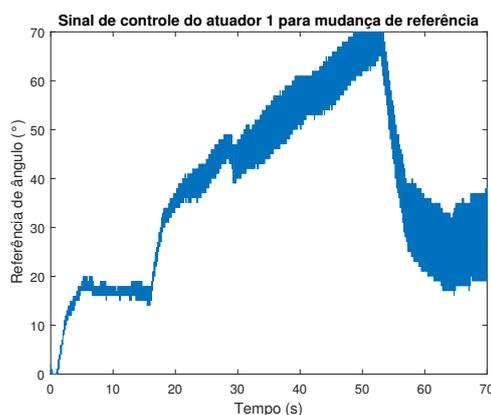
A verificação do comportamento real do processo quanto as mudanças de referência também são importantes. Então, aplicou-se o experimento 6.1.2 no controle PID e adquiriu-se os resultados da figura 6.10. As mudanças de referência podem ser vistas nos gráficos pela linha vermelha. Neste experimento, as referências variam de $40 \frac{cm^3}{s}$, no instante $t = 0s$, para $60 \frac{cm^3}{s}$, no instante $t = 15s$ até o instante $t = 50s$, para $30 \frac{cm^3}{s}$, no instante $t = 50s$.



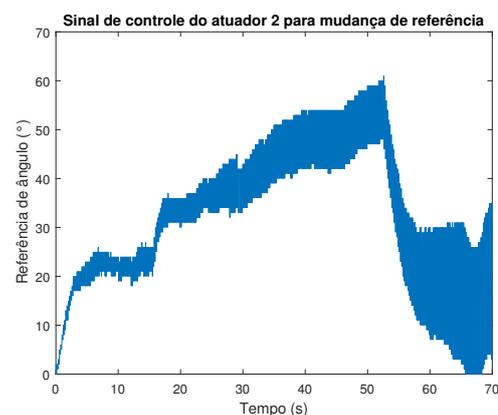
(a) Saída do atuador 1 para resposta ao degrau com mudança de referência.



(b) Saída do atuador 2 para resposta ao degrau com mudança de referência.



(c) Sinal de controle do atuador 1 para mudança de referência.



(d) Sinal de controle do atuador 2 para mudança de referência.

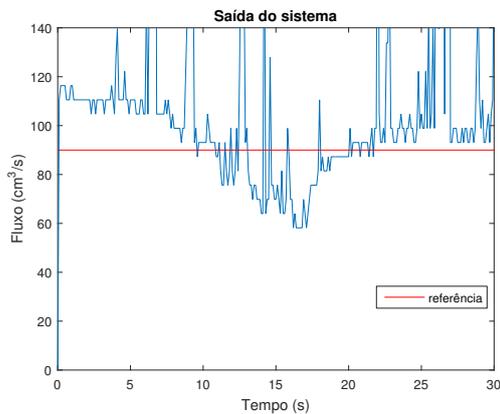
Figura 6.10: Resultados do controlador PID para mudança de referência.

Os resultados obtidos para as mudanças de referências foram satisfatórios e apresentaram um bom tempo de reação do controlador para estas mudanças. Os sinais de controle apresentaram resultados interessantes sobre as referências de ângulo dos atuadores pois verifica-se

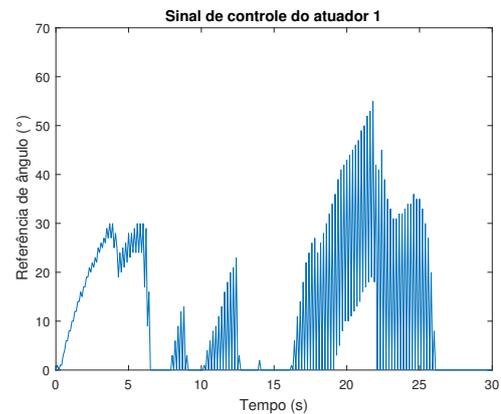
o esforço necessário das servo-válvulas para rastrear a referência desejada.

6.2.2.2 Controle em cascata

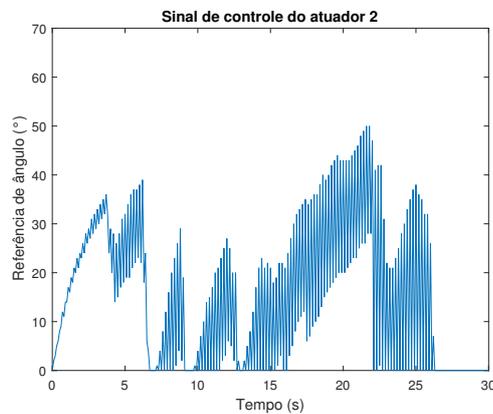
Para o todo o sistema de controle, ou seja, atuação dos controladores *mestres* e *escravos*, aplicou-se a resposta ao degrau e analisou-se o seu comportamento para uma dada referência. Estes resultados podem ser vistos nos gráficos da figura 6.11. A referência utilizada é de $90 \frac{cm^3}{s}$ e refere-se a vazão de saída do fluido no tanque 3.



(a) Saída do sistema com resposta ao degrau.



(b) Sinal de controle do atuador 1 para resposta ao degrau.



(c) Sinal de controle do atuador 2 para resposta ao degrau.

Figura 6.11: Resultados do sistema para a resposta ao degrau.

O resultado relacionado a saída do sistema, 6.11a, indica que, o rastreamento da referência com erro zero não foi alcançado. Mas, apesar todas as interferências dos componentes utilizados na construção do modelo físico e dos ruídos provocados pelos recursos de hardware,

os controladores *mestre* e *escravo* esforçaram-se para seguir a referência desejada, atingindo uma boa aproximação desta referência.

Capítulo 7

Conclusão

7.1 Considerações finais

Neste trabalho foi desenvolvido um sistema de controle multivariável para um processo baseado em modelo matemático e que tem como objetivo manter a vazão de saída de um dos tanques constante, de acordo com a referência desejada. Para este controle, modelou-se o sistema de acordo com as dinâmicas estabelecidas para cada condição de fluxo existentes no processo. Em razão de o modelo dos três tanques acoplados ser bastante não linear, logo, utilizou-se a técnica de linearização em vários pontos de operação baseada na série de Taylor para obter o modelo linear, e que possui comportamento parecido com o do modelo não linear durante uma certa faixa de operação. Esta linearização em torno de várias regiões de operação é uma contribuição bastante importante pois a maioria dos sistemas baseados em modelo utilizam apenas um ponto de operação.

Duas abordagens de controle de processos foram utilizadas para a construção do sistema de controle: Controle em cascata e sistemas *multiloop*. Para a configuração do controle em cascata, os controladores *mestres* referem-se aos ganhos de realimentação das malhas externas do sistema e os controladores *escravos* relacionam-se aos controles PID dos atuadores. Os ganhos de realimentação dos estados são obtidos por meio do método de Lyapunov, enquanto que os parâmetros do controlador PID são conquistados por meio da abordagem empírica baseado no modelo de Ziegler e Nichols.

Para a melhor compreensão dos comportamentos do sistema, experimentos relacionados a resposta ao degrau, mudanças de referência e influência da perturbação foram realizados.

Notou-se que o modelo linear obteve o mesmo comportamento dinâmico, para um conjunto de regiões de operação, do modelo não linear. Os experimentos dos controladores apresentaram resultados satisfatórios quanto ao rastreamento de referência e a estabilidade. Os controladores PID dos atuadores atenderam ao objetivo de rastrear o sinal vindo das malhas externas do sistema.

Uma contribuição importante do trabalho é a utilização do software MATLAB na forma *plug & play*, ou seja, integrado ao sistema físico em tempo real. Devido a isso, dados relativos aos níveis de fluido dos tanques e aos fluxos de entrada e saída do sistema puderam ser coletados, permitindo a análise dos comportamentos dos modelos não lineares e lineares, além da análise do sistema de controle.

Outra contribuição foi a construção do modelo físico, que acarretou bastante esforço e serviu para mostrar que a qualidade dos componentes e dos recursos é de fundamental importância para o correto ou eficiente funcionamento do sistema, pois estes apresentam diversas formas de interferência e ruídos que influenciam na dinâmica do modelo, na leitura dos sensores e na execução dos atuadores. Além disso, este modelo físico servirá como legado para o estudo de casos multivariáveis, estabilidade e modelagem de sistemas.

7.2 Trabalhos futuros

Como dito anteriormente, a qualidade dos componentes influenciam diretamente na dinâmica do sistema. Então, recomenda-se para trabalhos futuros a utilização de uma melhor estratégia de alocação dos componentes, além do uso de melhores conectores e do uso de recursos de hardware mais confiáveis.

Sugere-se também a utilização do modelo para identificação e correção de falhas relacionadas com a leitura dos níveis de fluido ou fluxos e da abertura de válvulas ocorridas durante o processo. Além da utilização de técnicas de FDI e de controle supervisorio para verificação destas falhas e seus respectivos comportamentos.

Pretende-se implementar também novas técnicas de controle com diferentes cenários e configurações e diferentes técnicas de linearização para análise dos comportamentos do sistema.

Apêndice A

Levantamento de custos e materiais

Componentes	Quantidade	Preço Unitário(R\$)	Preço Total(R\$)
Arduino	1	89,90	89,90
Sensor de fluxo de água	9	19,00	171,00
Sensor de nível de água	3	8,50	25,50
Servo motor	2	35,00	70,00
Válvula manual	8	6,00	48,00
Bomba de porão	2	69,00	138,00
Tubo de 10cm de diâmetro	1	30,00	30,00
Tampa de 10cm de diâmetro	6	5,50	33,00
Mangueira de 1 metro	2	4,50	9,00
Reservatório	1	20,00	20,00
Joelho de (1/2")	14	0,95	13,30
Luva de (1/2")	18	1,50	27,00
Curva de (1/2")	2	2,50	5,00
Niple de (1/2")	20	0,50	10,00
Flange de (1/2")	3	3,00	9,00
Adaptador de (1/2")	3	0,60	1,80

Tabela A.1: Componentes e Preços

Total = R\$ 700,50

Em termos financeiros, de acordo com a tabela A.1, o projeto consiste de alguns sensores, atuadores e componentes utilizados na construção da plataforma física. Apesar do investimento necessário para o projeto, o sistema é viável e poderá ser utilizado em ambientes de aprendizado em forma de bancada didática para experimentos em laboratórios.

A.1 Vídeo da Planta

Link: <https://www.youtube.com/watch?v=QwBDLuPBIBY>

Apêndice B

Diagrama de blocos do sistema de controle

Os esquemáticos seguintes referem-se aos blocos do sistema de controle desenvolvidos no software MATLAB-Simulink. Os blocos B.1 e B.2 estão relacionados com os controles PID dos atuadores, enquanto que as figuras B.3 e B.4 associam-se com malhas de realimentação dos estados. A figura B.5 apresenta os blocos de leitura de nível do fluido. Todos estes blocos referem-se ao sistema de controle mostrados na figura 5.11.

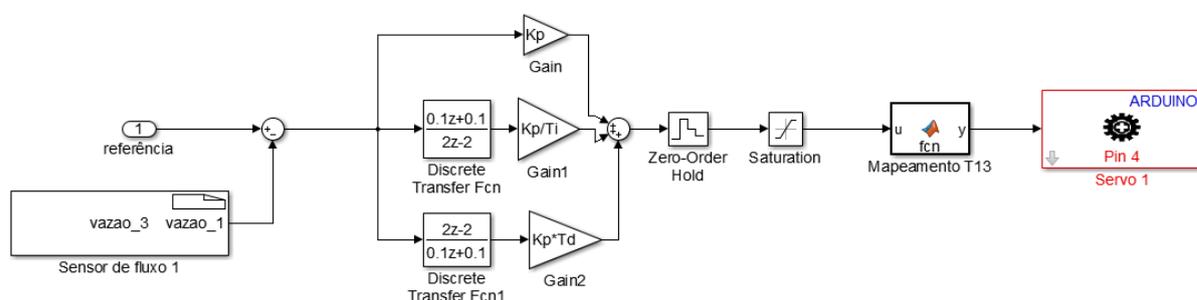


Figura B.1: Controle PID do atuador 1.

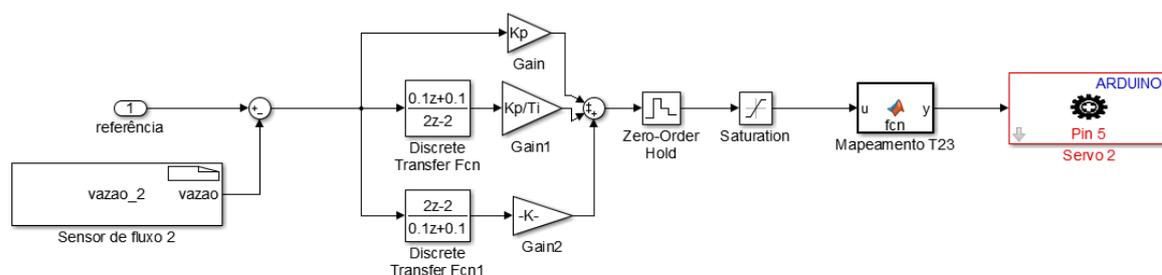


Figura B.2: Controle PID do atuador 2.

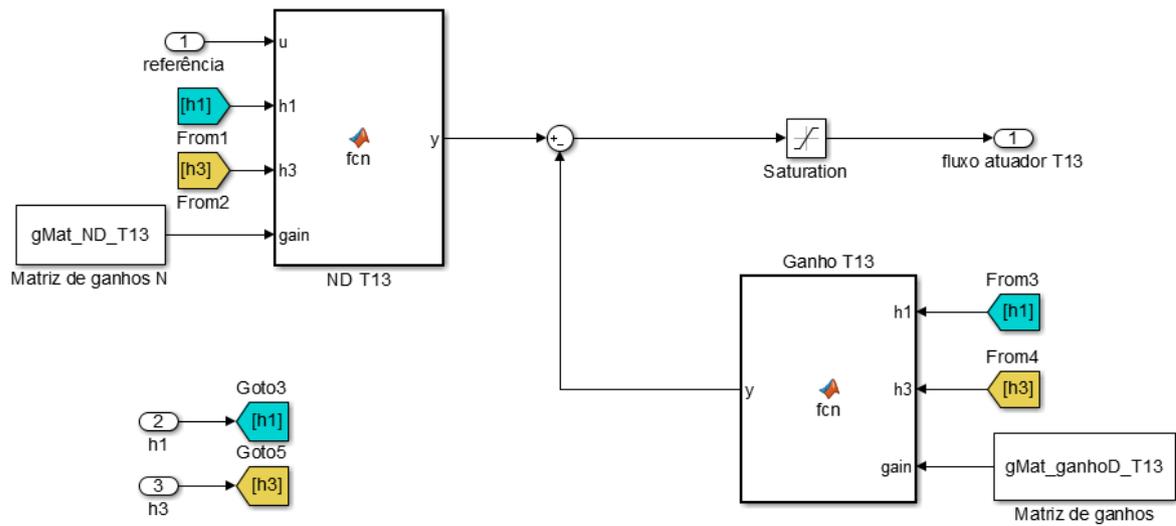


Figura B.3: Realimentação da malha externa do atuador 1.

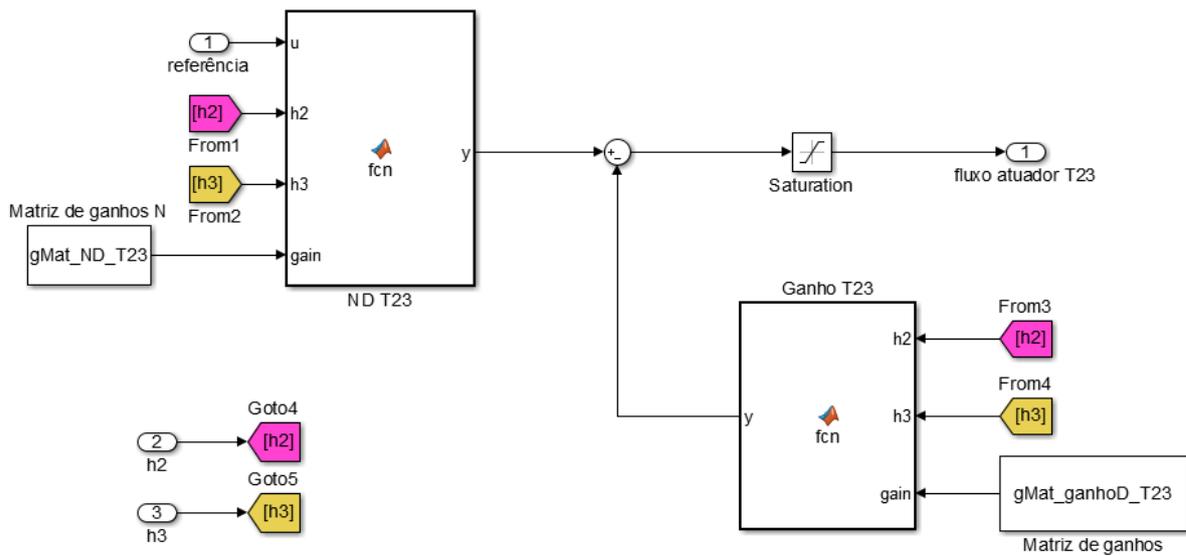


Figura B.4: Realimentação da malha externa do atuador 2.

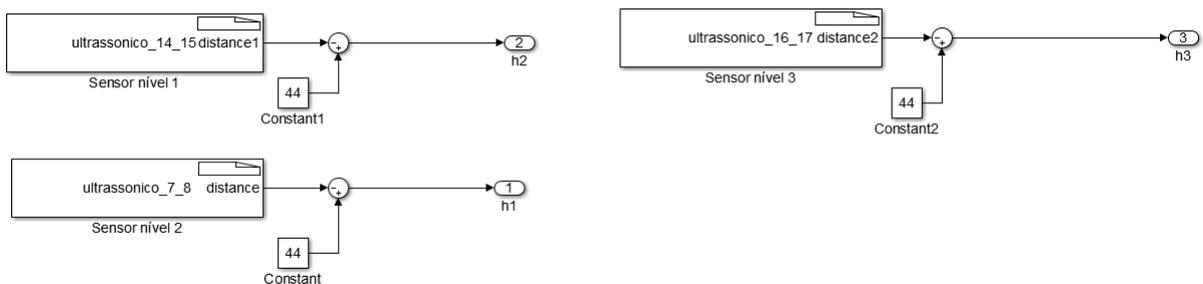


Figura B.5: Blocos dos sensores de nível de fluido.

Referências Bibliográficas

- [1] D. E. Seborg, D. A. Mellichamp, T. F. Edgar, and F. J. Doyle III, Process dynamics and control. John Wiley & Sons, 2010.
- [2] T. E. Marlin, Process control. McGraw-Hill New York, 2000.
- [3] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, “Optimum settings for automatic controllers,” trans. ASME, vol. 64, no. 11, 1942.
- [4] J. C. da Silva Galdino, “Estudo comparativo do desempenho de controladores robustos aplicados a um sistema de tanques acoplados,” 2011.
- [5] C. Bravo and J. Normey-Rico, “Controle de plantas nao lineares utilizando controle preditivo linear baseado em modelos locais,” Sba Controle & Automação, vol. 20, no. 4, pp. 465–481, 2009.
- [6] W. Grega and A. Maciejczyk, “Digital control of a tank system,” IEEE Transactions on Education, vol. 37, no. 3, pp. 271–276, 1994.
- [7] M. Sarailoo, Z. Rahmani, and B. Rezaie, “Modeling of three-tank system with nonlinear valves based on hybrid system approach,” journal of control engineering and technology, vol. 3, no. 1, pp. 20–23, 2013.
- [8] I. S. R. Yashpal Singh Rathore, Nikhil Ranjan, “Soft computing: Constituent and applications of soft computing,”
- [9] V. Kecman, Learning and soft computing: support vector machines, neural networks, and fuzzy logic models. MIT press, 2001.
- [10] A. Fini, M. Gogani, and M. Pourgholi, “Fuzzy gain scheduling of pid controller implemented on real time level control,” 2015. cited By 0.

- [11] A. Başçi and A. Derdiyok, “Implementation of an adaptive fuzzy compensator for coupled tank liquid level control system,” Measurement, vol. 91, pp. 12–18, 2016.
- [12] C.-T. Chen, Linear system theory and design. Oxford University Press, Inc., 1995.
- [13] K. Ogata and Y. Yang, “Modern control engineering,” 1970.
- [14] R. C. Dorf and R. H. Bishop, “Modern control systems,” 1998.
- [15] F. Golnaraghi and B. Kuo, “Automatic control systems,” Complex Variables, vol. 2, pp. 1–1, 2010.
- [16] M. Johansson, Piecewise linear control systems. PhD thesis, Lund University, 1999.
- [17] F. Young, Física II: Termodinâmica e ondas, vol. 12. Pearson Education do Brasil, 2008.
- [18] H. R. Walker et al., “Fundamentos de física,” São Paulo: LTC, 2002.
- [19] L. Fortuna and M. Frasca, Optimal and Robust Control: Advanced Topics with MATLAB®. CRC Press, 2012.
- [20] K. J. Åström and B. Wittenmark, Computer-controlled systems: theory and design. Courier Corporation, 2013.
- [21] Gain-Scheduled Controller Design. PhD thesis.
- [22] H. K. Khalil and J. Grizzle, Nonlinear systems, vol. 3. Prentice hall New Jersey, 1996.
- [23] B. Heiming and J. Lunze, “Definition of the three-tank benchmark problem for controller reconfiguration,” in Control Conference (ECC), 1999 European, pp. 4030–4034, IEEE, 1999.